4. Oscylacje kropli cieczy w powietrzu

Problem oscylującej kropli cieczy budzi zainteresowanie fizyków od przeszło stulecia [48, 72]. Obok wizualnej atrakcyjności zjawiska zainteresowanie tym problemem ma również głębsze podstawy. Zachowanie się kropli jest dla teoretyka przykładem problemu o dobrze zdefiniowanych warunkach brzegowych. Cały obszar przepływu ograniczony jest bowiem do dobrze określonej zamkniętej objętości, a wszystkie działające siły są ograniczone jedynie do tego obszaru. Złożoność samej mechaniki drgań kropli związana ze sprzężeniem pól prędkości i ruchomymi warunkami brzegowymi tworzy interesujący układ nieliniowy [25, 61]. Dla fizyka jest to przede wszystkim modelowy problem przepływu cieczy ze swobodną powierzchnią występujący w olbrzymiej liczbie bardziej złożonych zagadnień, takich jak zawiesiny, pęcherze, rozpylanie cieczy, kondensacja czy parowanie. Proces oscylacji kropli determinuje prosty mechanizm wymiany energii kinetycznej (energii przepływu) oraz energii powierzchniowej (napięcie powierzchniowe). Parametry powstałego układu drgającego zależą od własności cieczy, gęstości, napięcia powierzchniowego i lepkości. Dzięki temu oscylująca kropla może się również stać narzędziem pomiarowym do bezdotykowego wyznaczania parametrów cieczy [37, 40], czy nawet składu powierzchni, jej własności fizykochemicznych [82], czy temperatury - jeśli wykorzystamy unikalną możliwość pomiaru dynamicznych zmian napięcia powierzchniowego. Wymaga to jednak posiadania odpowiednich narzędzi eksperymentalnych i teoretycznych pozwalających na precyzyjny opis zjawiska i jego prawidłową interpretację. W niniejszym rozdziale podsumujemy rezultaty naszych dotychczasowych poszukiwań, których perspektywicznym celem jest opracowanie podstaw dla praktycznej metody pozwalającej na wykorzystanie oscylującej kropli do dynamicznego monitorowania warunków termodynamicznych panujących na parującej powierzchni. W rezultacie tych badań opracowano metodę pomiarową pozwalającą na rejestrację i precyzyjny opis drgań kropli [3, 37] oraz szereg modeli teoretycznych [3, 4, 5] umożliwiających pełną analizę uzyskanych pomiarów.
W kolejnych paragrafach zostaną przedstawione główne idee metody eksperymentalnej i opracowanych modeli. Na zakończenie podamy kilka przykładów możliwych zastosowań metody oscylującej kropli do badań własności cieczy.

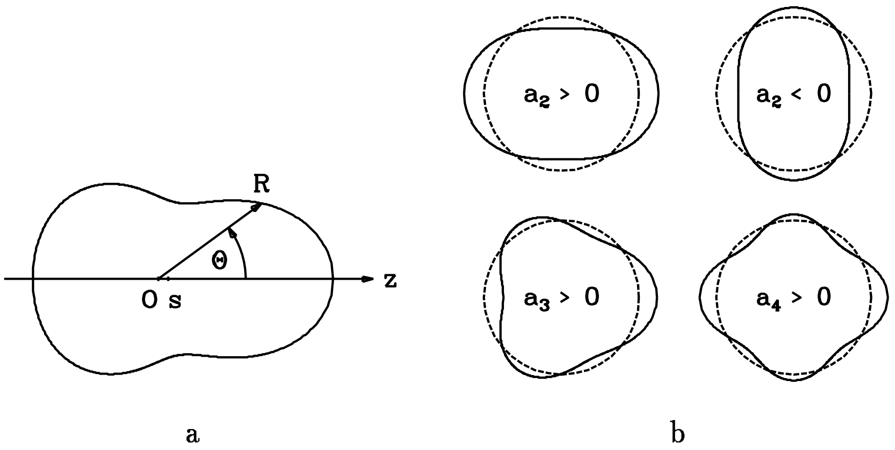
4.1 Eksperyment

Idea naszej metody pomiarowej[3] opiera się na cyfrowej rejestracji drgań kropli i komputerowej analizie uzyskanych obrazów. Stanowisko pomiarowe służące do badań ma konstrukcję analogiczną do opisanego na wstępie (rozdz.1.1). W badaniach korzystano

Ciecz	skład	ν	σ	ϱ	Re_{100}
		$[mm^2/s]$	$[mN/m]$	$[kg/m^3]$	-
Woda	W	1,0	72,6	1000	85,3
Alkohol	A	1,48	22,5	803	35,8
MIX D	G-W	11,24	65,6	1161	6,7
MIX E	G-A	43,6	30,5	1081	1,2
MIX G	G-W	46,0	65,8	1209	1,6
MIX H	G-A	20,3	27,8	1030	2,6
MIX J	G-W	18,6	66,0	1180	4,0
MIX K	G-A	6,0	25,6	926	8,7
MIX L	G-W	5,7	68,5	1128	13,7

Tablica 4.1: *Zestawienie cieczy stosowanych w doświadczeniach z oscylującą kroplą. Oznaczenia: A- alkohol, W- woda, G- gliceryna wskazują skład stosowanych roztworów. Re_{100} - liczba Reynoldsa dla oscylującej kropli o promieniu* $100\mu m$.

z jednej kamery video typu CDD, co umożliwia obserwację dwuwymiarowego przekroju kropli. Ogranicza to stosowalność metody do drgań osiowo-symetrycznych o osi symetrii równoległej do płaszczyzny obrazu. W przeprowadzanych eksperymentach ograniczenie to nie jest bardzo istotne, gdyż krople są generowane przez kontrolowany rozpad strugi i ich drgania wyznacza jej osiowa symetria. Istnieje również możliwość korzystania z drugiej, umieszczonej prostopadle kamery. Pozwala to na rekonstrukcję drgań powierzchni, jeśli ich oś symetrii nie jest równoległa do płaszczyzny obrazu. Powoduje to jednak podwojenie liczby rejestrowanych obrazów jak i czasu ich zapisu.
Badania drgań kropli przeprowadzono dla wody, alkoholu etylowego oraz szeregu cieczy będących roztworami tych ostatnich z gliceryną. Uzyskany dzięki temu szeroki zakres zmienności lepkości miał na celu weryfikację modeli teoretycznych pod kątem ich przydatności dla różnych reżimów tłumienia drgań. Typowy wymiar kropel wynosił ok. $100 - 400\mu m$, co pozwala na pominięcie wpływu efektów aerodynamicznych. Parametry niektórych ze stosowanych cieczy przedstawia tablica 4.1.
Krople oświetlane impulsami światła z diod typu LED obserwowano w świetle przechodzącym, tzn. rejestrowany obraz przedstawia ich ciemny kontur. Obrazy kropel przechowywane są na dyskach magnetycznych w postaci 8-bitowego zapisu cyfrowego zawierającego 768×512 punktów. Powszechnie stosowaną metodą rejestracji była opisana wcześniej metoda fazowo-stroboskopowa (rozdz. 1.2). Jej zalety to łatwa identyfikacja obiektu (jednokrotna ekspozycja), prostota, swoboda w wyborze kroku czasowego oraz możliwość interaktywnej kontroli zjawiska. Ponieważ zapis pojedynczego obrazu na dysku komputera trwa około 3 sekund, rejestracja 200-300 obrazów koniecznych dla zapisu kilku okresów oscylacji zajmuje kilkanaście minut. Oznacza to, że w tym czasie warunki eksperymentu muszą pozostać idealnie stabilne. Jest to podstawowa trudność eksperymentalna. W wypadku gdy uzyskanie powtarzalności nie było możliwe (np. intensywnie parująca kropla), konieczne było stosowanie metody wielokrotnej ekspozycji. Analiza obrazu kropli polega na całkowicie zautomatyzowanym procesie detekcji



Rysunek 4.1: *Układ współrzędnych - (a), i przykłady przekrojów kropli dla czterech pierwszych amplitud deformacji (b).*

brzegów jej konturu, identyfikacji i weryfikacji punktów tego konturu. Następnie do wyselekcjonowanych punktów zostaje dopasowana krzywa opisująca przekrój zdeformowanej osiowo-symetrycznie kropli w postaci sumy wielomianów Legendre'a $P_l(\cos\theta)$:

$$R(\theta,t) = R_0 \left(\delta(t) + \sum_{l=2}^{l_0} a_l(t) P_l(\cos\theta) \right) \tag{4.1}$$

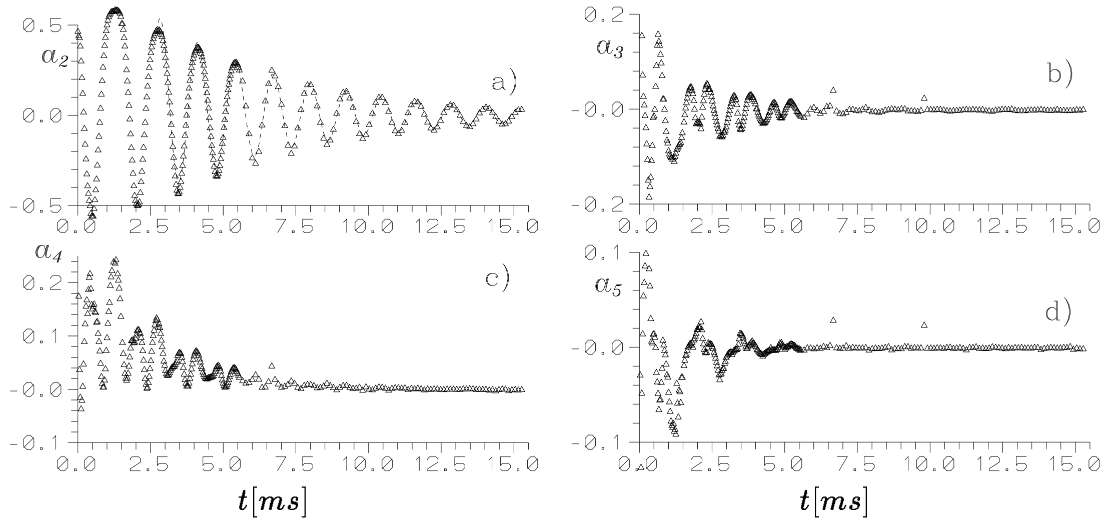
Funkcja $\delta(t)$ zdefiniowana jest w oparciu o warunek zachowania stałej objętości dla zdeformowanej kropli:

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 = 2\pi \int_0^\pi \frac{R^3(\theta,t)}{3} \sin\theta d\theta \tag{4.2}$$

Podstawowym modem deformacji jest kształt zbliżony do elipsoidy obrotowej, który funkcja 4.1 opisuje dla $l = 2$. Liczba członów l_0 zależy od rodzaju deformacji. Przykłady kształtów kropli dla kilku pierwszych amplitud deformacji $a_l(t)$ ilustruje rys. 4.1a.

Dla typowych deformacji swobodnej kropli wystarcza ograniczenie sumy (4.1) do kilku pierwszych składników ($l_0 = 5 \div 10$). Stopniami swobody (4.1) będącymi parametrami dopasowywania są obok amplitud a_l, współrzędne geometrycznego środka kropli i kąt nachylenia osi współrzędnych. Interesującym nas rezultatem są wartości amplitud a_l oraz ekwiwalentny promień kropli R_0. Pozwala to na łatwy i jednoznaczny opis kształtu, i jego porównanie z przewidywaniami modeli teoretycznych. Dodatkową uzyskiwaną informacją jest położenie środka masy zdeformowanej kropli, co umożliwia dokładne określenie jej prędkości translacyjnej.

Typowy przykład rezultatu analizy obrazów drgającej kropli przedstawia rys.4.2. Na rysunku przedstawiono przebiegi w czasie trzech pierwszych amplitud funkcji (4.1), zarejestrowane dla kropli alkoholu o średnicy $202\mu m$. Możemy zauważyć, że wprawdzie zmienność amplitudy modu podstawowego (a_2) w dużym stopniu przypomina przebieg sinusoidalny, charakterystyczny dla oscylatora harmonicznego, to amplitudy wyższych modów (a_3, a_4) mają charakter typowy dla drgań nielinowych. Można



Rysunek 4.2: *($\diamond$) - amplituda deformacji a_l w funkcji czasu zmierzona dla drgającej kropli alkoholu; $R_0 = 202\mu m$. (a) - $l = 2$, (b) - $l = 3$, (c)- $l = 4$, (d) - $l = 5$. (- - - -) dopasowana dla a_2 funkcja (4.3) o parametrach: $\Omega_2 = 5275 s^{-1}$, $\tau_2 = 5,177 ms$, $\alpha_2 = -0,87$, $\beta_2 = 0,4$.*

wyróżnić charakterystyczną modulację częstości i asymetrię dodatnich i ujemnych odchyleń, obecnych przy bliższej analizie również dla a_2. Amplituda a_4 jest dodatkowo praktycznie zawsze dodatnia, nawet przy asymptotycznie zanikającej wartości. Jest to typowa charakterystyka nieliniowa zaobserwowana dla badanych kropli, świadcząca o obecności sprzężeń modów wyższego rzędu z a_2. Celem uzyskania jakościowego obrazu występujących efektów, na rys.4.2 pokazano dla a_2 linią przerywaną przebieg funkcji (4.3) symulującej zachowanie się nieliniowego oscylatora typu $x'' + ax^2 + bx + cx'$, w którym dryf częstotliwości ($\Omega_l \times \alpha_l$) i asymetria odchyleń (β_l) zanikają z kwadratem amplitudy [3].

$$a_l(t) = A_l \sin\{\Omega_l(\sqrt{1 - (\Omega_l \tau_l)^{-2}} + \alpha_l A_l^2)t + \varphi_l\} + \beta_l A_l^2 \tag{4.3}$$

Tłumienie amplitudy wyraża zależność $A_l(t) = A_{0l}\exp(-t/\tau_l)$.
Otrzymane w wyniku dopasowania funkcji (4.3) wartości współczynników α i β (por. rys.4.2) wskazują, że ze wzrostem amplitudy drgań ich częstość maleje, a asymetria sił powoduje szybszy przyrost odchyleń dodatnich niż ujemnych.
Dokładna interpretacja tych efektów wymaga stworzenia odpowiedniego modelu teoretycznego uwzględniającego nieliniowość równań ruchu i wpływ lepkości cieczy.

4.2 Modele teoretyczne

Znalezienie opisu zachowania się oscylującej kropli wymaga rozwiązania standardowego w mechanice płynów układu równania ciągłości i równań Naviera-Stokesa:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \tag{4.4}$$

$$\hat{\mathcal{A}}\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \hat{\mathcal{A}}^2(\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\nabla p + \hat{\mathcal{A}}\,\mathrm{Re}^{-1}\nabla^2 \vec{v} \tag{4.5}$$

Ponieważ przepływ jest wywołany ruchem powierzchni, wygodnie jest zdefiniować liczbę Reynoldsa w następujący sposób:

$$Re = \frac{1}{\nu}\sqrt{\sigma R_0/\rho}, \tag{4.6}$$

Równanie (4.5) zapisano w postaci bezwymiarowej, przy czym promień kropli R_0 został użyty jako długość charakterystyczna. Jednostka czasu T_0 zdefiniowana jest przez:

$$T_0 = \sqrt{\rho R_0^3/\sigma} \tag{4.7}$$

Ponieważ prędkość przepływu zależy od odkształcenia powierzchni, dodatkowo względne maksimum deformacji $\hat{\mathcal{A}}$ służy jako wielkość skalująca prędkość.
Jeżeli ograniczymy się do deformacji osiowo-symetrycznych, powierzchnię kropli można jednoznacznie opisać funkcją $R(t,\theta)$ zdefiniowaną równaniem (4.1). Pole przepływu w objętości zamkniętej przez $R(t,\theta)$ oprócz równań (4.4,4.5) musi dodatkowo spełniać warunki brzegowe. Ruch powierzchni i prędkość cieczy są sprzężone kinematycznym warunkiem brzegowym

$$\frac{d}{dt}(R(\theta,t) - r) = 0\,|_{r=R}\,, \tag{4.8}$$

warunkiem znikania składowej stycznej tensora naprężeń $\mathbf{T}$

$$(\mathbf{T}\,\vec{n})\cdot\vec{t} = 0\,|_{r=R}\,, \tag{4.9}$$

oraz warunkiem równowagi składowej normalnej $\mathbf{T}$ i ciśnienia powierzchniowego

$$(\mathbf{T}\,\vec{n})\cdot\vec{n} = 2\sigma H\,|_{r=R}\,, \tag{4.10}$$

gdzie H jest średnią krzywizną powierzchni kropli.
Ze względu na efekty nieliniowe związane zarówno z członami bezwładnościowymi równań ruchu, jak i sprzężeniem kinematyki powierzchni i pola prędkości, rozwiązanie układu równań (4.4-4.10) nie jest problemem trywialnym.
Zakładając, że amplituda drgań jest mała ($\hat{\mathcal{A}} \to 0$) oraz zaniedbując wpływ lepkości ($Re \to \infty$), udaje się problem zredukować do liniowego układu równań dających się rozwiązać analitycznie. Takie rozwiązanie dla przepływu potencjalnego zaproponował przeszło sto lat temu Lord Rayleigh [72]. W tym liniowym przybliżeniu częstość kątową drgań powierzchni opisanej szeregiem wielomianów Legendra (4.1) wyraża prosta zależność:

$$\Omega_l^2 = \frac{\sigma l(l-1)(l+2)}{\rho R_0^3}, \tag{4.11}$$

Pół wieku później Lamb [55] uzupełnił ten potencjalny model dodając element tłumienia lepkiego. Przepływ ze swobodną powierzchnią jest wyjątkiem, w którym przyjęcie założenia ruchu potencjalnego nie redukuje całkowicie całki dysypacji energii. Członem, który pozostaje jest całka po powierzchni. Pozwoliło to na znalezienie stałej tłumienia drgań kropli w tak zwanym przybliżeniu bezwirowym:

$$\tau_l = \frac{R_0^2}{\nu(l-1)(2l+1)} \tag{4.12}$$

Zależność (4.12) wskazuje na bardzo istotny z praktycznego punktu widzenia fakt, że wyższe mody drgań są znacznie silniej tłumione. Oznacza to, że ograniczenie w opisie kształtu kropli (4.1) do kilku pierwszych amplitud jest całkowicie uzasadnione i jeśli nawet wskutek celowego pobudzenia w drganiach kropli występują początkowo wyższe mody, ich wpływ zanika bardzo szybko.

Pełne uwzględnienie lepkości płynu, ale nadal w przybliżeniu liniowym, opracowali na początku lat 60-tych Reid [74] i Chandrasekhar [11]. Pozwoliło to wyznaczyć granicę przy której silnie tłumione drgania przechodzą w aperiodyczny powrót do stanu równowagi. Dla modu podstawowego ($l = 2$) granica ta odpowiada w naszej nomenklaturze liczbie Reynoldsa $Re_k = 1,3$.

Prosperetti [67, 68, 69] zwrócił uwagę, że dynamikę lepkiej kropli wyznacza dyfuzja wirowości generowanej na ruchomej powierzchni. Dla małej lepkości cieczy proces dyfuzji wirowości jest bardzo powolny i w początkowej fazie drgań ($t \to 0$) wpływ cienkiej warstwy wirowej na powierzchni możne być w liniowym przybliżeniu wystarczająco dokładnie modelowany bezwirowym przybliżeniem Lamba (4.11-4.12). W miarę upływu czasu[1], dyfundująca w głąb kropli wirowość modyfikuje zarówno częstotliwość oscylacji jak i współczynnik tłumienia. W drugim granicznym przypadku, dla długich czasów ($t \to \infty$), ruch opisuje poprawnie liniowy model lepkiej kropli zaproponowany przez Reida i Chandrasekhara.

Jest oczywiste, że przybliżenie liniowe ma bardzo ograniczone znaczenie praktyczne. Obok pominięcia członów bezwładnościowych równań ruchu wiąże się ono z zakładaniem warunków brzegowych na niezdeformowanej powierzchni (kuli). Pierwsze dokładne pomiary drgań kropel [3, 78] pokazały rzeczywiście, że obecność efektów nieliniowych jest już zauważalna jeśli amplituda drgań podstawowych osiąga 10% promienia kropli. Jak wspomnieliśmy w poprzednim paragrafie, obok nawet słabych efektów nieliniowych podstawowego modu drgań obserwacje wskazują na występowanie wzbudzenia wyższych modów i związane z tym efekty nieliniowe [3]. Liniowe przybliżenie zakładające superpozycje niezależnych drgań zawodzi całkowicie dla tych modów.

Jedną z pierwszych prób modelowania nieliniowych drgań nielepkiej kropli podjęli Tsamopoulos i Brown [79], wskazując na fakt zmniejszania się częstotliwości drgań podstawowych kropli w miarę wzrostu amplitudy odkształceń[2]. Model uwzględniający w pełni efekty nieliniowe w przybliżeniu nielepkim zaprezentowany w naszej pracy [3] potwierdził ten efekt wskazując również na obecność silnych efektów nieliniowych widocznych dla wyższych modów drgań. Porównanie z eksperymentem pokazuje, że przybliżenie nielepkie całkowicie zawodzi dla wyższych modów drgań. Ze względu na znacznie większy wpływ lepkości na tłumienie, amplituda drgań własnych tych modów gwałtownie maleje. Równocześnie wskutek znacznej przewagi energetycznej modu podstawowego jego wpływ na wyższe mody rośnie z upływem czasu i w końcowej fazie drgań staje się dominujący. Pełne uwzględnienie lepkości i efektów nieliniowych przez Basarana [1] i w naszej pracy z Beckerem [4] potwierdziło, że zaobserwowane [3] sprzężenia modów wyższego rzędu z modem podstawowym są w dużej mierze wynikiem oddziaływań lepkich. Wpływ lepkości powoduje również zmienność częstotliwości drgań jak i ich tłumienia w miarę upływu czasu; najsilniej objawia się to dla wyższych

[1] Odwrotności liczby Reynoldsa $1/Re$ wyznacza charakterystyczny czas dla dyfuzji wirowości.

[2] Efekt modelowany w poprzednim paragrafie parametrem α_l.

modów. Przykładem takiego nieliniowego zachowania jest obserwowana (por. rys 4.2) anomalia dla a_4. Nasze obliczenia modelowe, przedstawione w pracach [4, 5], w pełni potwierdzają, że jest to rzeczywisty efekt związany z silnym sprzężeniem tego modu z wysoko energetycznym modem podstawowym. Dla cieczy lepkiej powoduje ono, że nawet dla infinityzymalnie małych amplitud liniowe przybliżenie nie ma zastosowania dla modu a_4, i jego amplituda drgań pozostaje silnie asymetryczna w stosunku do położenia równowagi.

Jak już wcześniej powiedziano, podstawowym celem badań jest znalezienie dokładnej ale i praktycznej w zastosowaniu metody opisu teoretycznego obserwowanych drgań kropli, tak by z jego pomocą można było zbudować narzędzie badawcze eksperymentatora. Modele ściśle numeryczne (np. [1, 57]) dostarczają rozwiązania dla dyskretnej liczby punktów, trudne do porównania z eksperymentem. Jeszcze trudniejszy w realizacji staje się interaktywny sposób rozwiązywania równań, tak by w rezultacie znaleźć szukane parametry cieczy. Dlatego w obecnych badaniach skupiono się na tym, aby zachowując naturalny opis powierzchni kropli przy pomocy funkcji (4.1), sprowadzić problem do zadania na znalezienie współczynników rozwinięcia a_l. W rezultacie stworzono trzy modele opisujące nieliniowe drgania lepkiej kropli, których główne charakterystyki są przedstawione poniżej.

4.2.1 Przegląd stosowanych modeli własnych

M1 - kompletny model nieliniowych drgań lepkiej kropli

Główna idea pół-analitycznego modelu uwzględniającego pełny wpływ efektów lepkich i nieliniowych [2, 4] opiera się na wykorzystaniu standardowej zasady wariacyjnej Gaussa do układu równań ruchu przy więzach zdefiniowanych przez warunki brzegowe (4.8)-(4.10). Dla płynu o stałej gęstości wygodnie jest zastąpić równania ruchu (4.4)-(4.5) równaniem transportu wirowości:

$$\partial_t \vec{\omega} \;=\; \nabla\times(\,\vec{v}\times\vec{\omega}\,) \;-\; \nu\,\nabla\times\nabla\times\vec{\omega}\;, \quad \vec{\omega} \;=\; \nabla\times\vec{v}\,. \tag{4.13}$$

W rozpatrywanym przypadku osiowo-symetrycznym ograniczymy się do deformacji powierzchni kropli opisanej parametrami $a_2 \ldots a_{l_0}$ (4.1). Korzystając z zaproponowanego przez Brosa [7, 8] rozwinięcia, pozwalającego na rozdzielenie części potencjalnej i części wirowej pola przepływu, poszukujemy rozwiązania dla składowych prędkości $\vec{v}$ i wirowości $\vec{\omega}$ w postaci skończonych szeregów typu:

$$\vec{v}(r,\theta,t) = \sum_{l=1}^{l_0}\sum_{i=1}^{i_0} B_{il}(t)\,\vec{b}_{il}(r,\theta;a_2\ldots a_{l_0}) + \sum_{l=1}^{l_0} c_l(t)\,\vec{c}_l(r,\theta)\,, \tag{4.14}$$

$$\vec{\omega}(r\theta,t) = \sum_{l=1}^{l_0}\sum_{i=1}^{i_0} B_{il}(t)\,\nabla\times\vec{b}_{il}(r,\theta;a_2\ldots a_{l_0})\,. \tag{4.15}$$

Przy wykorzystaniu warunków brzegowych, występujące w tych równaniach funkcje pomocnicze $\vec{b}_{il}$, $B_{il}(t)$ i $\vec{c}_l(r,\theta)$, można wyrazić w postaci szeregów funkcji analitycznych sparametryzowanych przy pomocy amplitud deformacji a_l i pola prędkości c_l, $B_{il}(t)$.

Poszukiwanie rozwiązania sprowadza się do poszukiwania minimum błędu dla całki objętościowej równania transportu (4.13) i całek powierzchniowych równań wyrażających warunki brzegowe[3]. Minimalizacja tych całek prowadzi do układu $l_0 + i_0 \times l_0 - 1$ równań różniczkowych zwyczajnych dla poszukiwanych parametrów rozwinięcia powierzchni i pola prędkości. Wybór optymalnych granic (l_0, i_0) dla szeregów rozwinięcia jest kompromisem między dokładnością a czasem obliczeń. Zaletą metody jest możliwość bezpośredniej kontroli dokładności rozwiązania przez ocenę wielkości otrzymanego minimum dla całek równań ruchu. W związku z tym dobór optymalnych granic l_o i i_o jest łatwy do przeprowadzenia. Typowe wartości tych parametrów w przeprowadzonych obliczeniach wynosiły $i_0 = 3$, $l_0 = 6$.
Procedura obliczeniowa polega na rozwiązaniu dla każdego kroku czasowego układu równań zwyczajnych i znalezieniu warunków początkowych dla kroku następnego. Monitorując zachowanie się błędu minimalizacji można dobrać optymalny krok czasowy. Dla rozpoczęcia obliczeń konieczna jest znajomość początkowej deformacji powierzchni $(a_2 \ldots a_{l_0})$ oraz prędkości na powierzchni $(\dot{a}_2 \ldots \dot{a}_{l_0})$. Dzięki przyjęciu w eksperymencie identycznej parametryzacji, wielkości te mogą być dla przeprowadzonych badań łatwo wyznaczone. Do warunków początkowych układu równań oprócz prędkości potrzebna jest również wartość wirowości $\vec{\omega}$. Wielkość ta nie może być określona na podstawie obserwacji ruchu powierzchni. Wpływ początkowej wartości wirowości na dalszy przebieg procesu oscylacji jest jednak bardzo mały i szybko zanika w czasie. Przyjmując, że w chwili początkowej przepływ jest potencjalny i wirowość skoncentrowana jest jedynie w cienkiej warstwie brzegowej, warunki początkowe dla pola wirowości możemy wyznaczyć na podstawie znanajomości a_l i $\dot{a}_l$. Porównanie z eksperymentem wykazało, że jest to zupełnie wystarczające przybliżenie.
Przeprowadzenie obliczeń drgań kropli z wykorzystaniem w/w modelu (M1) nie wymaga dużych zasobów komputerowych. Wymagania pamięciowe wynoszące około 2Mbytów mogą zostać łatwo spełnione przez przeciętny komputer typu PC486. Czas obliczeń zależy od wielkości kroku czasowego (a ten od amplitudy drgań) oraz oczywiście od długości symulowanego przebiegu. W praktyce są to jednak czasy rzędu kilkunastu godzin. Z tego powodu nie zawsze stosowanie modelu jest praktyczne i w wielu wypadkach przedstawione poniżej prostsze modele oferują podobną dokładność obliczeń w znacznie krótszym czasie. Posiadanie jednak kompletnego modelu nieliniowych drgań lepkiej kropli, po jego weryfikacji z pomocą przeprowadzonych eksperymentów, umożliwia nam generowanie przebiegów będących później punktem odniesienia dla oceny prostszych modeli.

M2-nieliniowy model bezwirowy drgań kropli

Stosowanie pełnego modelu lepkiego M1 jak już wspomniano jest bardzo czasochłonne. W praktyce nie zawsze jest konieczne modelowanie przepływu lepkiego w całej objętości kropli. Jak wspomniano, efekty lepkie uwidaczniają się po czasie charakterystycznym koniecznym dla dyfuzji w głąb kropli wirowości generowanej na powierzchni. Dla dużych liczb Reynoldsa czas ten może być znacznie dłuższy od czasu wygaśnięcia drgań. Uproszczenie obliczeń przez ograniczenie wpływu lepkości do cienkiej warstwy brzegowej (przybliżenie bezwirowe Lamba), przy zachowaniu wszystkich efektów nieliniowych

[3] Ze względu na symetrię osiową w rzeczywistości całki powierzchniowej i liniowej.

doprowadziło do stworzenia drugiego modelu (M2) drgań kropli [5].
Podstawowym równaniem modelu (M2) jest równanie energii opisujące zmianę całkowitej energii układu (energii kinetycznej E i potencjalnej V) w wyniku dysypacji lepkiej:

$$\frac{d}{dt}(E+V) = -\frac{\nu}{2}\sum_{l,m=2}^{l_0} \mathbf{Q}_{lm}(a_2 \ldots a_{l_0})\dot{a}_l\dot{a}_m\,, \tag{4.16}$$

gdzie tensor dysypacji $\mathbf{Q}$ jest dany całką po powierzchni kropli:

$$\mathbf{Q}_{lm} = 2\varrho\int_S \{(\nabla\Phi_l\cdot\nabla)\,\nabla\Phi_m + (\nabla\Phi_m\cdot\nabla)\,\nabla\Phi_l\}\,dS\,. \tag{4.17}$$

Funkcje Φ_l są potencjałami prędkości, danymi w postaci szeregu będącego sumą cząstkowych rozwiązań równania Laplace'a.

$$\Phi_l = \sum_{i=1}^{i_{max}} c_{li}(a_2 \ldots a_{l_0})\, r^i\, P_i(\cos\theta)\,, \tag{4.18}$$

gdzie wspólczynniki szeregu c_{il} możemy wyznaczyć z kinematycznego warunku brzegowego (4.8) jako funkcję parametrów powierzchni opisanej w postaci (4.1).
Równania ruchu wynikające z układu równań Lagrange'a drugiego rodzaju

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial(E-V)}{\partial\dot{a}_l} - \frac{\partial(E-V)}{\partial a_l} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\dot{a}_l}\frac{d(E+V)}{dt}\,,\quad l = 2\ldots l_0\,. \tag{4.19}$$

prowadzą do układu $l_0 - 1$ zwyczajnych równań różniczkowych dla szukanych amplitud a_l:

$$\sum_{m=2}^{l_0}\mathbf{M}_{lm}\ddot{a}_m = \sum_{n,m=2}^{l_0}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial\mathbf{M}_{nm}}{\partial a_l} - \frac{\partial\mathbf{M}_{ml}}{\partial a_n}\right)\dot{a}_n\dot{a}_m - \frac{\partial V}{\partial a_l} - \frac{\nu}{2}\sum_{m=2}^{l_0}\mathbf{Q}_{lm}\dot{a}_m\,. \tag{4.20}$$

$\mathbf{M}_{lm}$ jest tzw. tensorem masowym, którego składowe są znanymi funkcjami odkształceń powierzchni a_l.
Numeryczne rozwiązanie tego układu równań metodą Runge-Kutta nie przedstawia większych trudności i pozwala na znacznie szybszą symulację drgań kropli niż miało to miejsce w przypadku modelu M1. Ograniczenia wynikające z przyjęcia przybliżenia bezwirowego wymagają jednak wyryfikacji zakresu stosowalności tego modelu.

Prosty „mechaniczny" model drgań kropli

Dalszym uproszczeniem procedury obliczeniowej dla przybliżenia bezwirowego jest tzw. model zredukowany [5], będący konsekwencją zastosowania metod graficznych do analizy typowych przebiegów czasowych dla amplitud odkształceń powierzchni.
Traktując równanie (4.20) jako uogólnione równanie oscylatora typu

$$\ddot{a}_l + Aa_l + B\dot{a}_l + \sum_n^{l_0} C_{ln}a_la_n + \sum_n^{l_0} D_{ln}\dot{a}_l\dot{a}_n = 0 \tag{4.21}$$

możemy przeanalizować, które ze współczynników C_{nl} i D_{nl} członów nieliniowych ogrywają istotną rolę.
Procedurę taką przeprowadzono graficznie poszukując korelacji między amplitudami drgań i ich pochodnymi w wielowymiarowej przestrzeni fazowej utworzonej z przebiegów zmierzonych lub wygenerowanych przy pomocy modelu M1. Okazuje się, że procedura ta wyraźnie pokazuje, które kombinacje amplitud i ich prędkości mają istotny wkład do nieliniowego zachowania się drgań. Pozwala to skonstruować bardzo prosty, ale jak się okazuje, w wielu zastosowaniach wystarczająco dokładny model oscylatora o stałych współczynnikach liczbowych członów nieliniowych. Dla pierwszych dwóch amplitud równania (4.21) redukują się do:

$$\ddot{a}_2 + \frac{8}{T_o^2}(1 - [\mathbf{1.36 \pm 0.04}]a_2)a_2 + \frac{10}{ReT_o}\dot{a}_2 - [\mathbf{0.6 \pm 0.1}]\dot{a}_2^2 = 0 \tag{4.22}$$

$$\ddot{a}_3 + \frac{30}{T_o^2}(1 - [\mathbf{1.53 \pm 0.09}]a_2)a_3 + \frac{28}{ReT_o}\dot{a}_3 = 0\,, \tag{4.23}$$

gdzie skala czasowu T_o i liczbą Reynoldsa Re są zdefiniowane w (4.7) i (4.6).
Liczby podane wytłuszczonym drukiem są rezultatem analizy graficznej. Dla drgań liniowych ich wartość jest równa zeru i powyższe równania opisują przybliżenie Lamba (4.11). Przebiegi wygenerowane dla zerowych współczyników oznaczyliśmy dalej jako model liniowy M3.
Znalezienie przebiegu drgań na podstawie równań (4.22,4.23) jest sprawą kilkusekundowych obliczeń dla przeciętnego komputera klasy PC486. Umożliwia to modelowanie wyników pomiaru przy pomocy procedury optymalizacyjnej pozwalającej na automatyczne dopasowywanie parametrów cieczy wchodzących w skład współczynników równania. Jest to istotny element tego modelu, który w zakresie swojej stosowalności umożliwia praktyczne wykorzystanie metody oscylującej kropli jako prostego narzędzia pomiarego.
Zasadniczo założenia modelu zredukowanego czynią go równoważnym modelowi M2. Jednak empiryczny charakter współczynników członów nieliniowych, uzyskanych jedynie dla wybranej grupy pomiarów czy też obliczeń wzorcowych, wymaga dodatkowej weryfikacji zakresu jego stosowalności. W szczególności istotne jest sprawdzenie wpływu lepkości cieczy, której rola została w tym modelu (jak i modelu M2) poważnie ograniczona.

4.2.2 Weryfikacja modeli

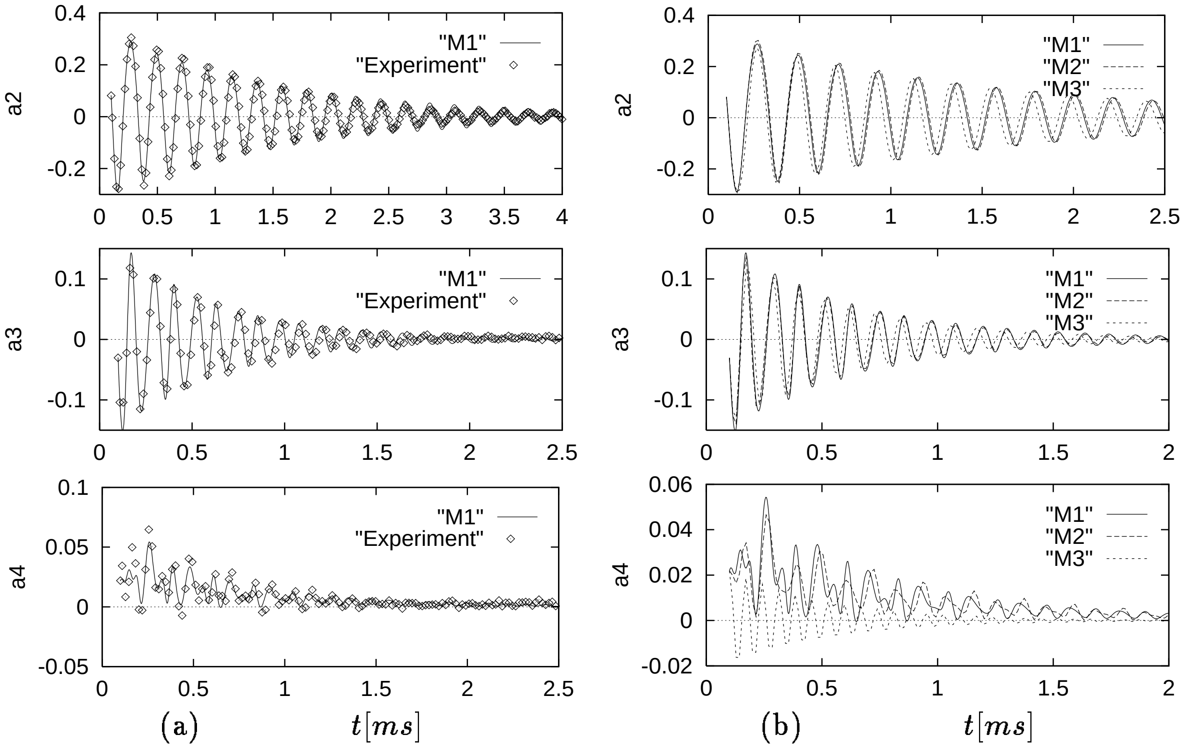
Niemal każdy model teoretyczny ma swoje ograniczenia wynikające z przyjętych założeń i idealizacji. Z drugiej strony zazwyczaj trudno jest *a priori* określić jaki wpływ na zakres stosowalności modelu mają poczynione założenia. Główną trudnością rozwiązywania równań przepływu jest konieczność uwzględnienia efektów nielinowych. Wpływ tych efektów może być mniej istotny, jeśli człony lepkościowe równań ruchu przeważają. W przypadku drgań kropli ocena wielkości efektów nieliniowych jest trudna i jej wpływ nie może być opisany w prosty sposób jednym parametrem np. liczbą Reynoldsa Re. Dla skończonej amplitudy drgań ($\hat{\mathcal{A}} > 0$) trzeba uwzględnić wpływ zarówno członów nieliniowych w (4.5) jak i sprzężenia pola przepływu z ruchem powierzchni przez warunki brzegowe (4.8)-(4.10). Zwykłe oceny „silnych" lub „słabych" efektów nieliniowych mogą być więc zupełnie błędne. Na przykład, jak widzieliśmy na wstępie, przyjęcie małej amplitudy jako kryterium nie ma zastosowania dla wyższych modów drgań. Również zmniejszając liczbę Reynoldsa tylko pozornie zbliżamy się do reżimu liniowego, gdyż nie likwiduje to nieliniowości spowodowanej warunkami brzegowymi. Dlatego niezbędnym uzupełnieniem zbudowanych modeli jest ich weryfikacja. Optymalną wyryfikację zapewnia eksperyment, szczególnie jeśli brak jest niezależnego, sprawdzonego modelu teoretycznego. W niniejszym paragrafie przedstawione zostaną przykłady porównań rezultatów pomiarów z wykonanymi obliczeniami, wykorzystującymi wyżej omówione modele. Na wstępie będzie to seria testów dla pełnego modelu M1 przeprowadzona przez porównanie rezultatów symulacji z pomiarami wykonanymi w szerokim zakresie liczb Reynoldsa ($Re = 1,4 \div 100$). Procedura porównania symulacji z wynikami pomiaru polega na wygenerowaniu przebiegów czasowych na podstawie informacji o parametrach fizycznych, interpolowanych wartościach amplitud $a_2 \dots a_5$ oraz ich pochodnych dla wybranego punktu startowego $t = t_0$. Od jakości eksperymentu i dokładności interpolacji zależą tak wybrane warunki początkowe modelu. Wymaga to dodatkowej analizy ewentualnych rozbieżności i wielokrotnej zmiany punktu startowego celem znalezienia ich źródła. Dlatego, dla uproszczenia przy badaniu przydatności pozostałych dwóch modeli bezwirowych (M2 i M3), uzyskany materiał eksperymentalny uzupełniono po zweryfikowaniu modelu M1 wygenerowanymi przebiegami. Deformacja kropli jest wywołana głównie modem podstawowym, którego amplituda przekracza kilkakrotnie amplitudy następnych modów. Z tego też względu jej wartość jest obarczona najmniejszym błędem pomiaru.. W zastosowaniach praktycznych (np. do pomiaru parametrów cieczy), znaczenie wyższych modów jest więc niewielkie ze względu na stosunkowo duży błąd ich pomiaru. Jednak odseparowanie ich udziału w obserwowanych deformacjach kropli jest istotne dla poprawnej analizy modu podstawowego[4].

Zakres małej lepkości: $30 < Re < 100$

Górną granicę zakresu liczb Reynoldsa dla przeprowadzonych pomiarów określają eksperymenty przeprowadzone dla kropel wody i alkoholu. Mała lepkość cieczy i stosunkowo duże napięcie powierzchniowe pozwala na zaobserwowanie kilkunastu oscylacji modu podstawowego zanim jego amplituda zupełnie zaniknie. Wysoka wartość liczby Reynoldsa zwiększa z jednej strony wagę członów nieliniowych równań ruchu, zmniejszając jednocześnie wpływ dyfuzji warstwy wirowej, a więc spowodowane tym sprzężenia między modami.

Przykład przebiegu pierwszych trzech amplitud $a_2 \dots a_4$ drgającej kropli wody pokazuje rys. 4.3a. Punkty reprezentujące kolejne pomiary deformacji kropli jak i symulacja przy pomocy modelu M1, wykazują niemal całkowitą zgodność dla modów a_2 i a_3. Różnice występujące dla wyższych modów związane są z ograniczoną rozdzielczością pomiaru (amplitudy poniżej 5%). Wartość amplitudy początkowej jest stosunkowo mała ($a_2 \approx 0.3$). Efekty nieliniowe modu podstawowego odzwierciedla głównie dryf częstotliwości drgań i asymetria dodatnich i ujemnych amplitud (spłaszczonego i wydłużonego odkształcenia).

[4] Często w literaturze spotykany opis deformacji jako stosunek dwóch głównych osi kropli nie jest jednoznaczny.

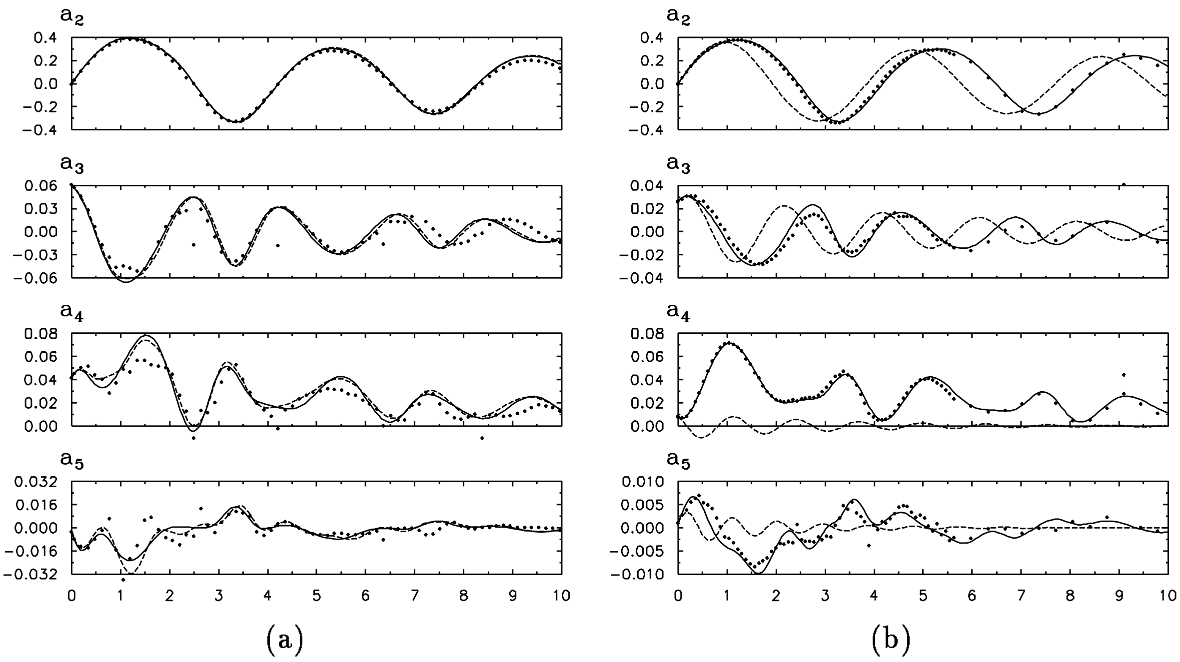


Rysunek 4.3: *(a) - zmierzone amplitudy $a_2 \dots a_4$ kropli wody - ($\diamond$); $R_0 = 87\mu m$, $Re = 79$. Linia ciągła - symulacja przebiegu przy pomocy nielinowego modelu M1. (b) - porównanie nieliniowego modelu M1, bezwirowego przybliżenia M2 i modelu liniowego M3.*

Bardziej widoczne są efekty nieliniowe dla wyższych modów ($l > 2$). Możemy zauważyć charakterystyczne zachowanie się amplitudy a_4, której wartość pozostaje dodatnia praktycznie w całym analizowanym zakresie. Rys. 4.3b ilustruje obecność efektów nieliniowych dla tego przykładu. Porównanie przebiegów obliczonych przy pomocy obu modeli nieliniowych M1 i M2 z modelem liniowym Lamba (M3) wskazuje, że mimo stosunkowo małej amplitudy rezultat modelu liniowego istotnie odbiega od obu pozostałych (a tym samym i eksperymentu). Największe różnice zarówno dla amplitud jak i częstości oscylacji są widoczne dla a_4. Natomiast w rozpatrywanym zakresie liczb Reynoldsa zarówno model M1 jak i przybliżenie bezwirowe M2 wydają się być równoważne.

Kolejny przykład na rys. 4.4 ilustruje oscylacje o wyższej amplitudzie dla kropli alkoholu (por. rys.13 i 9 w [4]). Potwierdza się równoważność obu modeli nieliniowych, jednocześnie obserwujemy dalszy wzrost efektów nieliniowych dobrze widocznych przez porównanie z modelem liniowym (rys.4.4b). Bardzo dobre rezultaty w rozpatrywanym zakresie liczb Reynoldsa $30 < Re < 100$ pozwala natomiast uzyskać uproszczony model bezwirowy (4.22). Przebiegi amplitud a_2 i a_3 pokazane na rys. 4.5 uzyskane przy pomocy modelu M1 i modelu uproszczonego są praktycznie identyczne. Stosunek czasu obliczeń wynosi natomiast 10^6 (!).

Zamieszczone w pracy [4] porównania zmierzonych oscylacji kropel alkoholu ($Re \approx 50$) wskazują na bardzo dobrą zgodność przebiegów symulowanych przy pomocy M1 dla

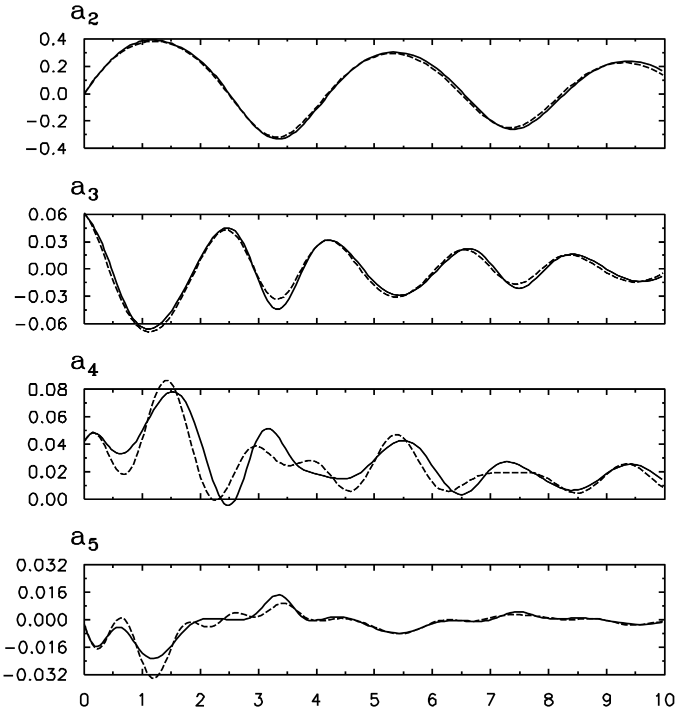


Rysunek 4.4: *Zmierzone amplitudy* $a_2 \ldots a_5$ *kropli alkoholu (punkty); (a) -* $R_0 = 173\mu m$, $Re = 46,8$. *(—–) - symulacja przebiegu przy pomocy nielinowego modelu M1, (- - -) model M2; (b)* $R_0 = 207\mu m$, $Re = 51.4$. *(—–) - model M2, (- - -) liniowy model M3*

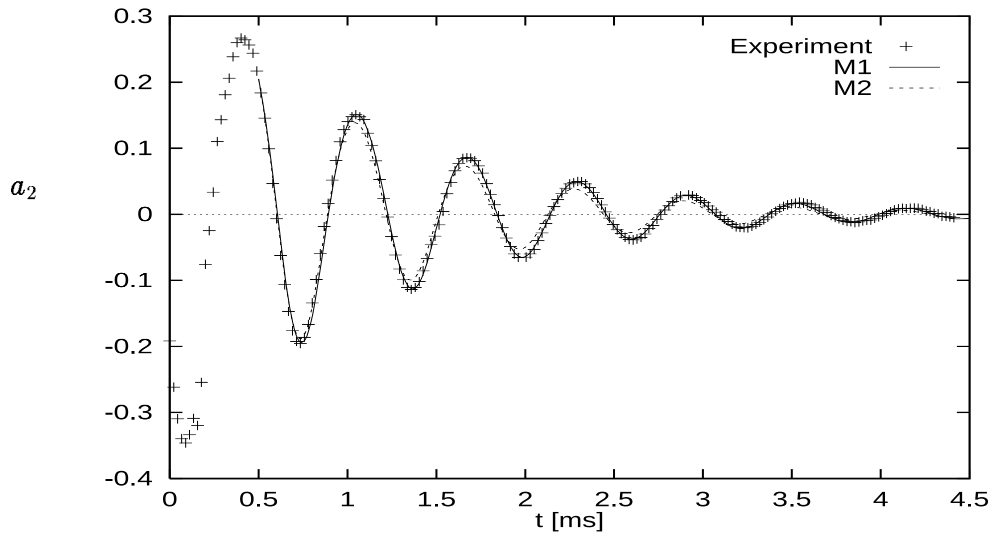
amplitud osiągających $a_2 \approx 0,6$. Silne efekty nieliniowe, jakie się pojawiają stanowią jednak granicę stosowalności prostszych modeli bezwirowych (M2 i wersji zredukowanej). W zakresie średnich amplitud drgań podstawowych ($a_2 < 0,5$) pełny model M1 i obydwa modele bezwirowe są równoważne, jeśli chodzi o symulację drgań modów a_2 i a_3. Różnice, które pojawiają się dla wyższych modów, świadczą o wpływie lepkości na oddziaływanie międzymodowe.

Zakres podwyższonej lepkości: $10 < Re < 20$

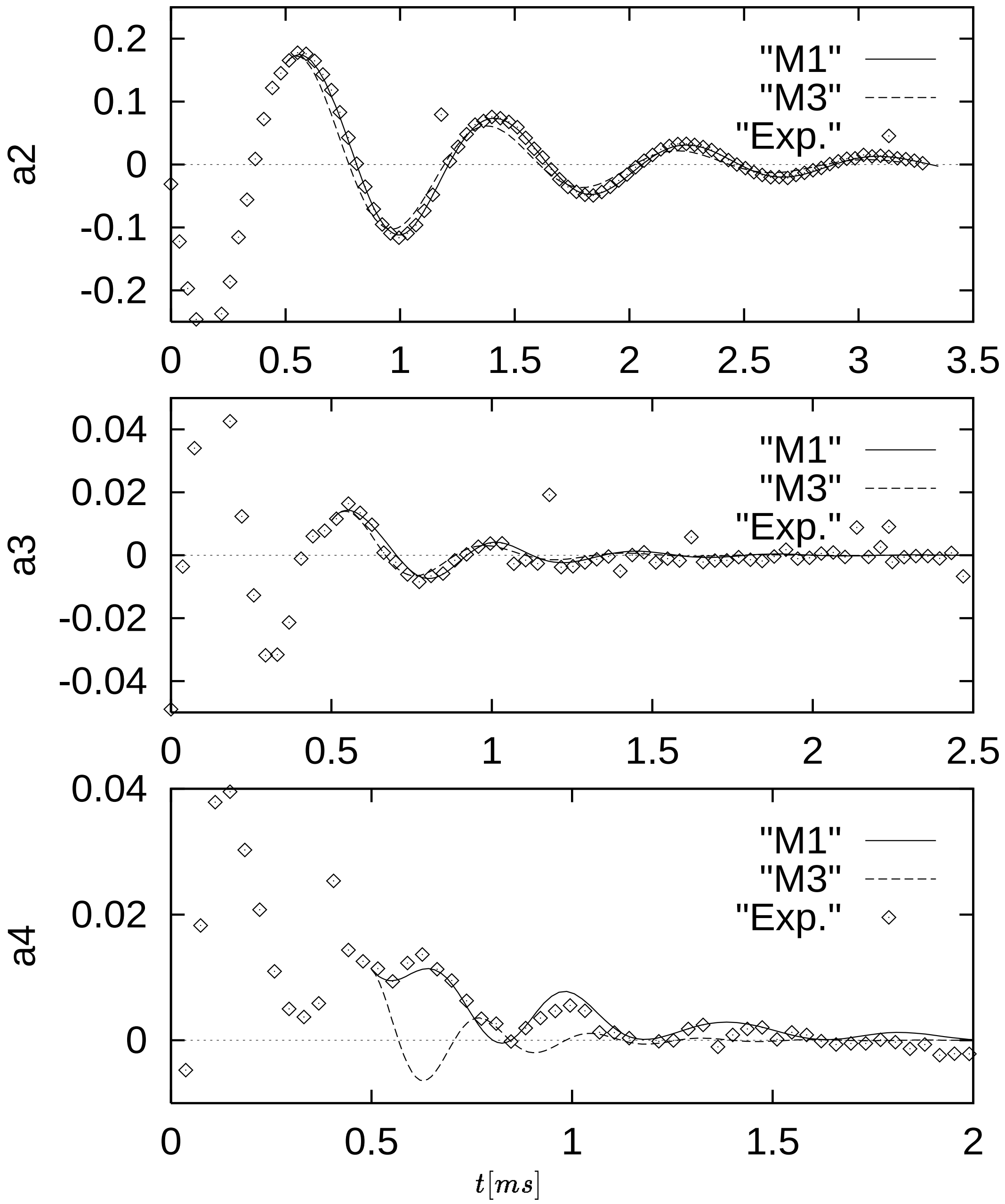
Zmniejszając liczbę Reynoldsa przez wzrost lepkości cieczy wkraczamy w obszar, w którym wpływ dyfuzji wirowości na przebieg drgań kropli zaczyna odgrywać istotną rolę. Podczas gdy przebiegi generowane przez pełny model M1 nadal pokrywają się z punktami pomiarowymi, przebiegi dla modelu M2 (a w jeszcze większym stopniu dla modelu uproszczonego) wykazują systematyczne odchylenia w kierunku częstości wyższych niż obserwowane w eksperymencie (por rys. 4.6).
Mimo dalszego zmniejszania liczby Reynoldsa efekty nieliniowe są nadal wyraźnie obecne. Porównanie rezultatów uzyskanych przy użyciu pełnego modelu i modelu liniowego M3 z wynikami eksperymentu dla cieczy MIXK (por. rys.4.7) pokazuje, że mimo małej amplitudy drgań i dużej lepkości ($Re = 11$) oscylacje wyższych modów poważnie odbiegają od drgań liniowych. Mimo małych amplitud i związanych z tym trudności w dokładnym określeniu warunków początkowych, symulacja przeprowadzona z pomocą pełnego modelu M1 przebiega nadal zadawalająco.



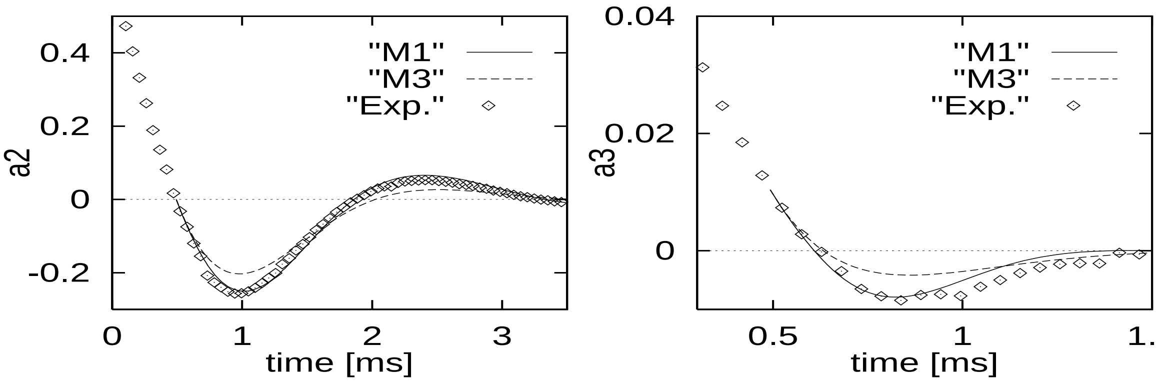
Rysunek 4.5: *Porównanie rezultatów obliczeń bezwirowego modelu uproszczonego (- - -) z pełnym modelem M1 (—–) dla przypadku z rys.4.4a.*



Rysunek 4.6: *Amplituda drgań kropli cieczy o podwyższonej lepkości (MIXL), $R_0 = 166\mu m$, $Re = 17,6$. (+) eksperyment,(—–) model M1, (- - -) model M2.*



Rysunek 4.7: *Amplitudy oscylacji $a_2 \ldots a_4$ dla kropel roztworu gliceryny (MIXK); $R_0 = 155\mu m$, $Re = 11$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—–) i modelem liniowym M3 (- - -).*



Rysunek 4.8: *Amplitudy drgań a_2 i a_3 dla kropli roztworu gliceryny (MIXG), $R_0 = 417\mu m$, $Re = 3,3$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—–) i modelem liniowym M3 (- - -).*

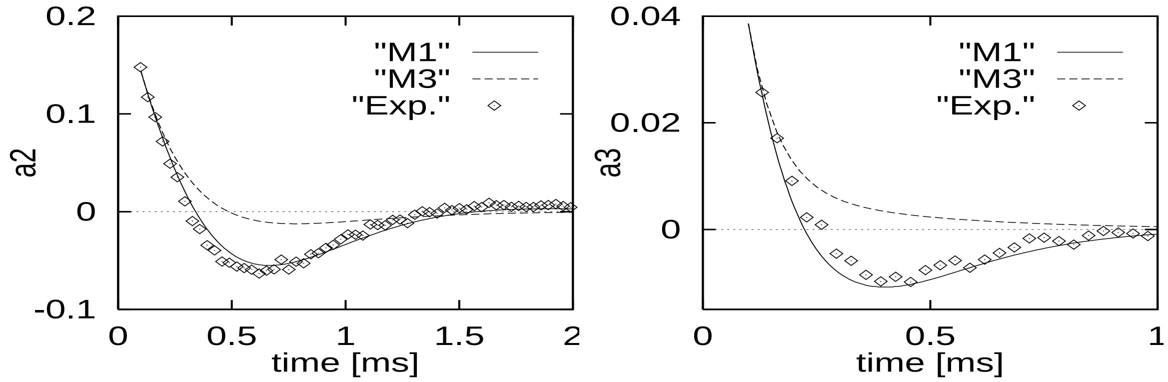
Zakres drgań silnie tłumionych: $Re < 5$

Drgania kropel obserwowane dla cieczy o dużej lepkości charakteryzuje silne tłumienie powodujące, że rejestrowany okres czasu ulega znacznemu skróceniu do jednej najwyżej dwu oscylacji. Również początkowa amplituda drgań kropli jest z konieczności bardzo mała, gdyż normalny rozpad strugi prowadzi do tworzenia niemal kulistych kropel. Jedną z metod uzyskiwania drgających kropel stosowaną w eksperymentach jest pobudzanie strugi do drgań specjalnie formowanymi sygnałami podawanymi do przetwornika piezoelektrycznego. Pozwala to uzyskać rozpad strugi na dwie znajdujące się blisko siebie krople, które w krótkim czasie ulegają zderzeniu tworząc jedną, silnie zdeformowaną kroplę. Powrót takiej kropli do stanu równowagi umożliwiał przeprowadzenie obserwacji dla liczb Reynoldsa bliskich granicy ruchu aperiodycznego. Ujemną stroną tej metody pobudzania kropel jest generowanie w utworzonej kropli początkowego pola przepływu, które nie jest związane z drganiami powierzchni. Jak wspomnieliśmy (rozdz. 4.2.1), sposób określania warunków początkowych modelu lepkiego wymaga, by początkowe pole wirowości generował ruch powierzchni. Te efekty jak i błędy pomiarów związane z małymi amplitudami drgań powodują niedokładności w modelowaniu oscylacji wyższych modów. Rys. 4.8 i 4.9 pokazują wpływ wzrastającej lepkości na zachowanie się kropli pobudzanej do drgań o stosunkowo dużej amplitudzie. Mimo, że charakter drgań ulega gwałtownej zmianie w miarę osiągania limitu aperiodycznego, nasz pełny model M1 nadal poprawnie oddaje zarówno amplitudę jak i stałą tłumienia oscylacji. Zarówno model nieliniowy (M2) jak i model liniowy (M3) wykazują przesunięcie stałej czasowej[5] jak też przecenianie wpływu lepkości na tłumienie amplitudy.

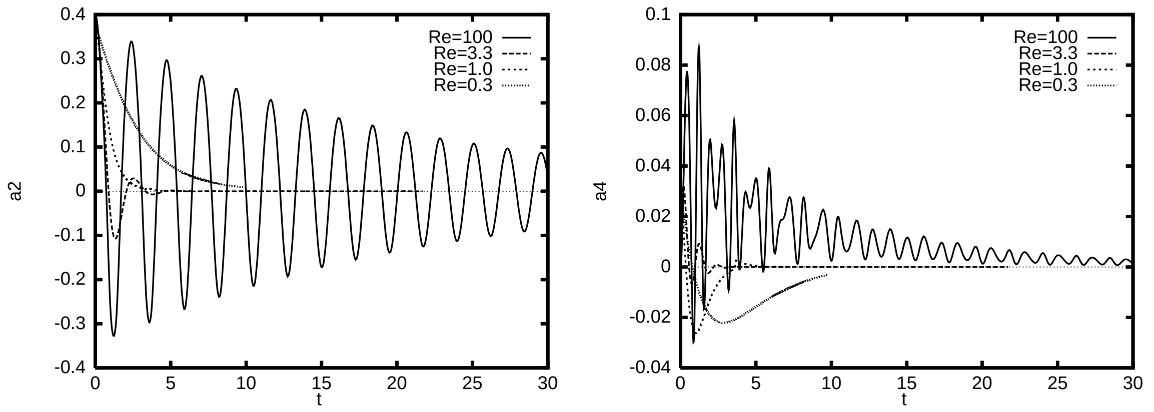
Nieliniowość drgań kropli

Analiza pomiarów amplitud drgań i ich symulowanych przebiegów pozwoliła na pełną weryfikację nieliniowego modelu lepkiego M1 dla lepkości określonych liczbami Reynoldsa $Re = 1,8 - 100$. Dolna granica przydatności modelu M1, wyznaczona stabilnością kodu

[5]trudno tu mówić o częstotliwości drgań



Rysunek 4.9: *Aperiodyczna granica drgań dla kropli roztworu gliceryny (MIXE), $R_0 = 264\mu m$, $Re = 1.8$. Punkty eksperymentalne ($\diamond$) porównane z modelem M1 (—–) i modelem liniowym M3 (- - -).*



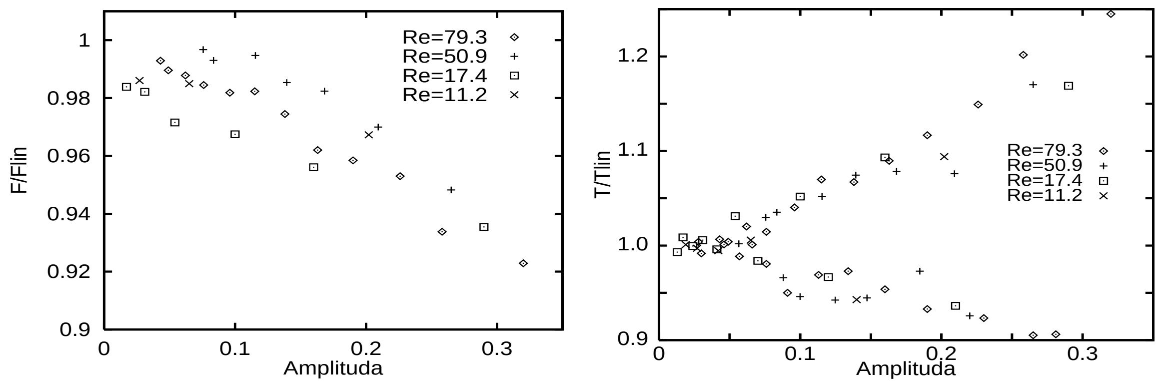
Rysunek 4.10: *Przejście poniżej aperiodycznej granicy drgań symulowane przy pomocy modelu M1. Warunek początkowy $a_2 = 0.4$, Re=100, 3.3, 1.0, 0.3.*

komputerowego, odpowiada wartości $Re \approx 0,1$. W praktyce analiza drgań kropel dla $Re < 1,3$ ma znaczenie jedynie akademickie. Wkraczamy tu w reżim lepkiego przepływu cieczy wywołanego aperiodycznym powrotem do stanu równowagi zdeformowanej powierzchni. Zmiany w charakterze drgań, jakie mają miejsce po przekroczeniu progu aperiodyczności, ilustruje rys. 4.10. Warunkiem początkowym dla symulacji jest wartość odkształcenia $a_2 = 0,4$, a dla pozostałych amplitud jak i wszystkich pochodnych amplitud wartość równa zeru. Stała czasowa powrotu do równowagi a_2 ulega znacznemu wydłużeniu dla liczby Reynoldsa $Re = 0,3$. Dla niższych spośród pokazanych liczb Reynoldsa pojawiające się wskutek sprzężeń nieliniowych drgania modu $l = 4$ są silnie tłumione i ich początkowe wzbudzenie szybko zanika. Jedynie dla $Re = 100$ obserwujemy dłuższy ciąg wzbudzonych drgań tego modu. Drgania te mają praktycznie stale dodatnią amplitudę co potwierdza, że obserwowana w eksperymentach anomalia modu a_4 jest wynikiem sprzężeń nieliniowych z modem podstawowym.

Przeprowadzona analiza pokazała, że model bezwirowy M2 i jego zredukowana wersja umożliwiają prawidłowe modelowanie drgań kropli dla cieczy mniej lepkich ($Re > 30$), znacznie przyspieszając procedurę obliczeniową. Ten zakres liczb Reynoldsa jest

najczęściej spotykany w praktycznych zastosowaniach dla cieczy o lepkości zbliżonej do lepkości wody. Niższe wartości liczb Reynoldsa spotykamy w badaniach tych cieczy jedynie dla bardzo małych kropel ($R_0 < 20\mu m$). Jednak pomiary dla kropel o promieniu mniejszym niż kilkanaście mikrometrów nie są możliwe ze względów optycznych. Praktycznie więc dla typowych cieczy i wielkości kropel rzędu ułamków milimetra poruszamy się w obszarze stosowalności metod uproszczonych.
Górna granica zakresu pomiarów $Re = 100$ związana jest również z wielkością kropel. Stosowanie kropel większych niż kilkadziesiątych części milimetra ułatwia wprawdzie obserwacje ale wprowadza trudne do uwzględnienia deformacje wywołane polem grawitacyjnym i efektami aerodynamicznymi. Symulacje komputerowe przeprowadzone dla wyższych liczb Reynoldsa ($Re = 1000$) wskazują na stały wzrost rozbieżności między modelem „wzorcowym" M1 a modelem liniowym M3. Mimo więc zanikającego wpływu efektów lepkich, wpływ efektów nieliniowych dyskwalifikuje model Lamba również w górnym zakresie liczb Reynoldsa.
Powstaje więc pytanie, czy drgania kropli pozostają zawsze nieliniowe i nie mogą być w ogóle poprawnie symulowane modelami liniowymi? Ponieważ nasza liczba Reynoldsa nie stanowi jednoznacznego kryterium obszaru drgań liniowych drugim naturalnym parametrem pozostaje amplituda. Decydujący wpływ amplitudy na występowanie efektów nieliniowych potwierdza rys. 4.11, na którym zebrano wartości dwóch głównych charakterystyk modu podstawowego a_2 zmierzone w funkcji amplitudy w stosunkowo szerokim zakresie liczb Reynoldsa. Tymi wybranymi charakterystykami są dryf częstości drgań i asymetria odchyleń „wypukłych" i „spłaszczonych" mierzona stosunkiem półokresów dodatnich i ujemnych (dolna i górna gałąź). Wielkości te znormalizowano w stosunku do odpowiadającej im wartości dla modelu liniowego (4.11). Obie cechy nieliniowe obserwowanych drgań dla modu podstawowego zależą praktycznie tylko od amplitudy. Dla wyższych modów typową cechą nieliniową jest omawiana wcześniej anomalia amplitud a_4, polegająca na stałej przewadze odkształceń dodatnich. Na rys.4.12 przedstawiono amplitudy a_2 i a_4 dla trzech liczb Reynoldsa. Charakterystyczna intermodulacja tych modów zostaje zachowana nawet dla drgań silnie tłumionych.
Przeprowadzone obliczenia dla liczby Reynoldsa $Re = 33$ i trzech wartości początkowej deformacji kropli (a_2 = 0,1, 0,3 i 0,6) pokazane na rys.4.13 ilustrują omawianą zmianę okresu drgań modu podstawowego i narastanie intermodulacji $a_4(a_2)$ w miarę powiększania się amplitudy początkowej.
Na podstawie powyższych obserwacji można by więc wysnuć wniosek, że dla małych amplitud początkowych przybliżenie liniowe Lamba poprawnie opisuje drgania kropli. Jest to jednak tylko częściowa prawda. W rzeczywistości zarówno pomiary jak i obliczenia przeprowadzone dla $a_2 < 0,1$ i liczb Reynoldsa $Re > 50$ pokazują, że choć drgania modu podstawowego mają charakter drgań liniowego oscylatora harmonicznego, nadal pojawia się charakterystyczna modulacja wyższych modów. Efekty nieliniowe są więc nadal obecne, choć ich wpływ ogranicza się w dużej mierze do jednokierunkowego odziaływania modu podstawowego na wyższe mody. Wydaje się to oczywiste, jeśli zwrócimy uwagę na fakt, że obok $\hat{\mathcal{A}} << 1$ warunkiem koniecznym dla linearyzacji (4.5)[6] jest mała liczba Reynoldsa. W bezwirowym modelu Lamba jest to w sprzeczności z zaniedbaniem wpływu lepkości

[6]poza trywialnym przypadkiem $\hat{\mathcal{A}} = 0$.



a) b)

Rysunek 4.11: *Wpływ amplitudy drgań i liczby Reynoldsa na obserwowane nieliniowe charakterystyki oscylującej kropli: (a)- dryf częstości oscylacji, (b) - asymetria okresu drgań dla deformacji wypukłych (górna gałąź) i spłaszczonych (dolna). Rzędna znormalizowane w stosunku do modelu liniowego.*

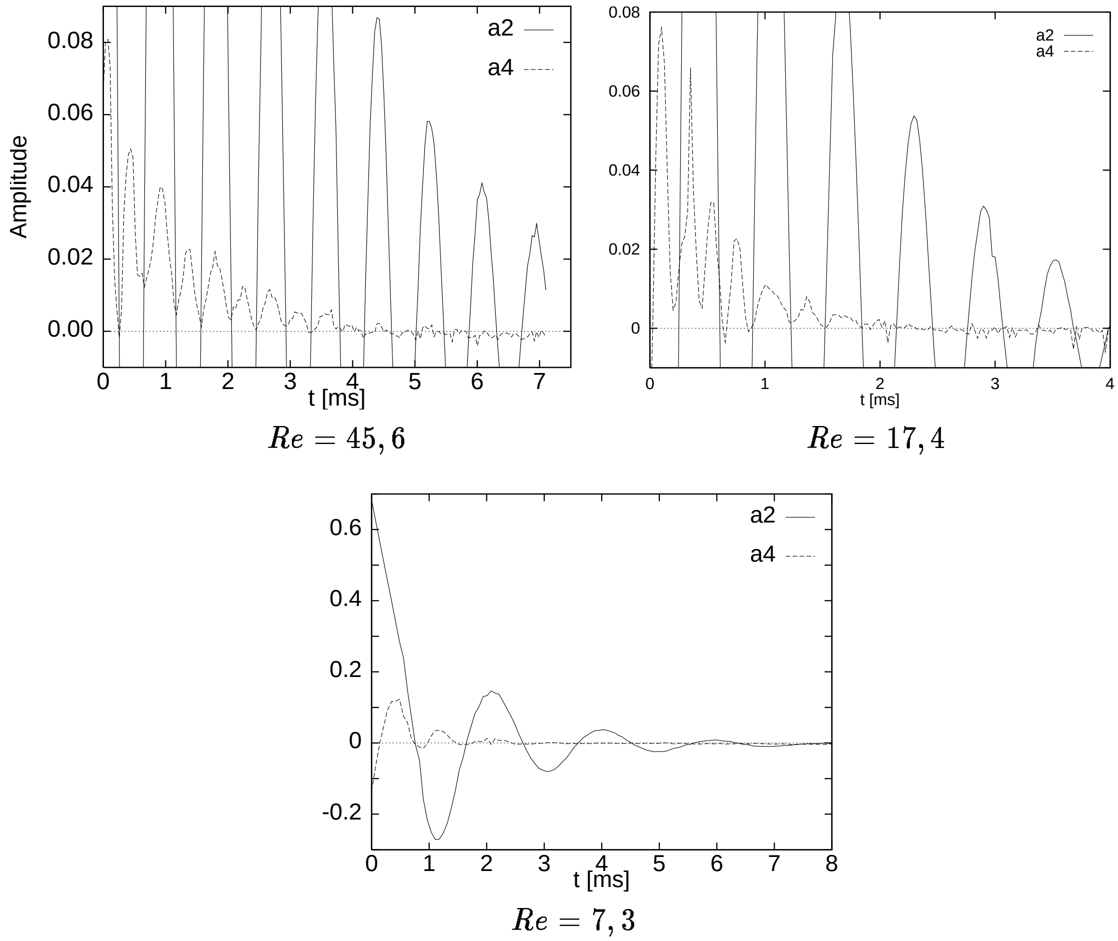
nakładającym warunek $Re >> 1$.
Zbliżenie się do zakresu małych liczb Reynoldsa wymaga więc modelu uwzględniającego lepkość cieczy. Taki model uwzględniający również efekty związane z dyfuzją wirowości[7] przedstawił, jak wspomniano na wstępie, Prosperetti [69]. Wydaje się interesujące zbadanie przypadku granicznego pokazanego przez Prosperettiego (rys.3 & rys.4 w pracy [69][8]).
Rys. 4.14 przedstawia wyniki obliczeń przy użyciu modelu M1, odpowiadające warunkom początkowym dla rys. 3 Prosperettiego. Wartość bezwzględną amplitudy początkowej (nieistotnej dla modelu liniowego) przyjęto dla kolejnych krzywych $a_2 = 0.1$, $a_2 = 0.3$ and $a_2 = 0.5(0.4)$, zerując pozostałe amplitudy i wszystkie pochodne ($a_{l>2} = 0$, $\dot{a}_l = 0$). Dla porównania zamieszczono również rezultat obliczony wg. przybliżenia bezwirowego Lamba.
Jeśli porównamy rys.4.14 z odpowiadającym mu rezultatem Prosperettiego zauważymy, że dla małych amplitud ($a_2 = 0.1$) krzywa obliczona przy pomocy naszego modelu M1 kompletnie pokrywa się z tym rozwiązaniem. Potwierdza to, że model M1 prawidłowo opisuje efekty lepkie. Powiększenie amplitudy deformacji powyżej $a_2 > 0.3$ powoduje, że efekty nieliniowe zaczynają odgrywać istotną rolę. Również sprzężenie $a_4(a_2)$ (nie pokazane tutaj) wywołuje natychmiastowe pobudzenie nieistniejącego początkowo modu a_4. W przypadku liniowym a_4 pozostaje oczywiście równe zeru. Modele bezwirowe (zarówno liniowy M3 jak też i nieliniowy M2) w granicy dużych lepkości zawodzą całkowicie.

Wnioski

- Podsumowując rezulaty przeprowadzonych pomiarów i obliczeń możemy stwierdzić,

[7] tzw. initial value problem

[8] Rys.4 tej pracy zawiera błędną skalę. W naszym porównaniu skorygowana skala czasu i $\varepsilon = 0.3$.



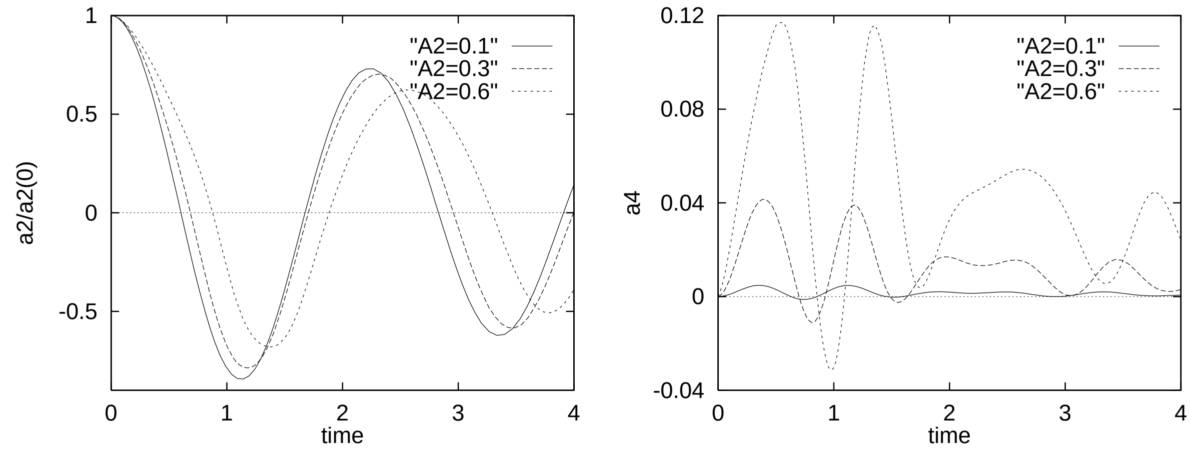
Rysunek 4.12: *Obserwowana intermodulacja $a_4(a_2)$ oscylującej kropli dla $Re = 45,6$ (ciecz A, $R_0 = 164\mu m$), $Re = 17,4$ (ciecz MIXL, $R_0 = 163,8\mu m$) oraz $Re = 7,3$ (ciecz MIXJ, $R_0 = 332,5\mu m$).*

że typowe nieliniowe zachowania się amplitudy modu podstawowego (a_2) drgającej kropli, takie jak asymetria amplitud i dryf częstości, są funkcją wartości początkowej deformacji i zanikają asymptotycznie dla jej malejącej wartości. Oddziaływanie modu podstawowego z wyższymi modami jest zauważalne nawet dla dużych lepkości i małych amplitud deformacji.

- Opracowany nieliniowy model M1 mimo szeregu uproszczeń pozwala poprawnie opisywać drgania obserwowanych kropel w szerokim zakresie lepkości.

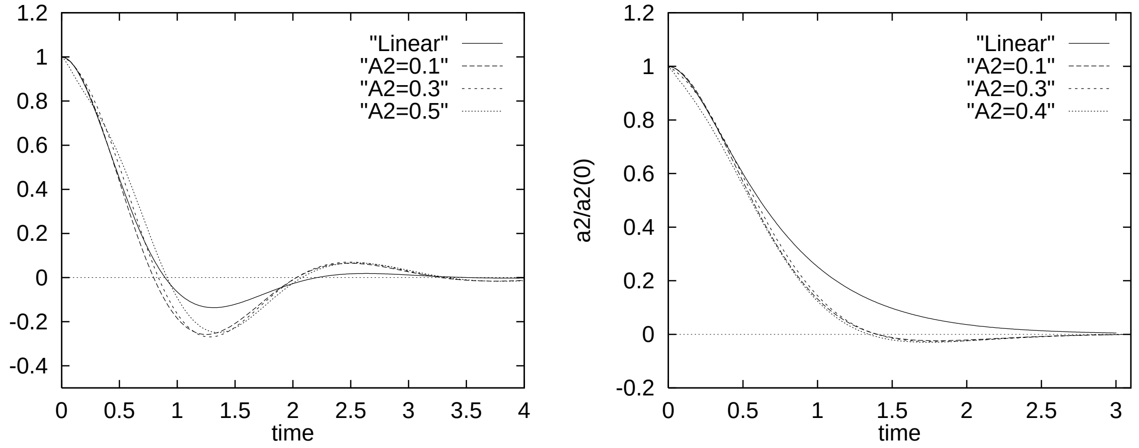
- Nieliniowe przybliżenie bezwirowe (modele M2 i uproszczony) może być z powodzeniem stosowane w zakresie małych lepkości cieczy ($Re > 30$) skracając bardzo poważnie czas obliczeń.

- Przybliżenie liniowe (model Lamba M3) można tylko traktować jako jakościwy opis drgań modu podstawowego.



(a) (b)

Rysunek 4.13: *Wpływ początkowej amplitudy deformacji. Wyniki obliczeń wykonanych przy pomocy modelu M1 dla* $Re = 33$. *Warunki początkowe:* $a_2 = 0.1, 0.3, 0.6$, $\dot{a}_2 = 0$ *i dla pozostałych modów* $l = 3 \ldots 6$ $a_l = 0, \dot{a}_l = 0$; *(a) - znormalizowana amplituda* a_2, *(b) - wzbudzona amplituda* a_4.



$Re = 3,3$ $Re = 1,67$

Rysunek 4.14: *Wpływ amplitudy deformacji początkowej kropli w granicy dużych lepkości. Obliczenia dla modelu liniowego M3 oraz dla dla modelu M1 przy trzech amplitudach początkowych.* $Re = 3.3$ *- przypadek z rys.4 w [69],* $Re = 1.67$ *- przypadek z rys.3 w [69].*

4.3 Oscylująca kropla jako metoda pomiarowa

Swobodne drgania kropli, jak to już wcześniej zauważono, są rezultatem bilansu sił napięcia powierzchniowego i bezwładności tworzących skomplikowany oscylator hydrodynamiczny. Parametry tego oscylatora zależą od własności fizycznych kropli, a w szczególności od dwóch interesujących nas tutaj wielkości - napięcia powierzchniowego σ i lepkości ν. Możliwość niezakłócającego i dynamicznego pomiaru tych wartości odgrywa w wielu zagadnieniach fizycznych istotną rolę. Zwłaszcza napięcie powierzchniowe będąc bardzo czułym wskaźnikiem sił miedzymolekularnych na powierzchni granicznej cieczy jest ważnym, ale zarazem trudnym do pomiaru parametrem cieczy. „Wrażliwość“ napięcia powierzchniowego na niewielkie, nieraz śladowe zmiany składu cieczy, obecność zanieczyszczeń itp. jest niewątpliwie spędzającym sen z oczu utrapieniem eksperymentatorów pragnących ustalić jego wartość[9]. Z drugiej jednak strony właśnie ta silna reakcja napięcia powierzchniowego otwiera nowe możliwości detekcji efektów trudnych do uchwycenia innymi metodami.

Znajomość napięcia powierzchniowego odgrywa istotną rolę w wielu dziedzinach nauki i praktyki: rozpylanie cieczy, przepływy Marangoniego, kondensacja, parowanie i teoria nukleacji [73] to kilka przykładów z dziedziny fizyki. Podobne zastosowania napięcia powierzchniowego możemy znaleźć również w procesach technologicznych: do kontroli parametrów cieczy (np. zanieczyszczeń składu stopów metali), separacji odpadów przemysłowych, tworzenia powłok lakierniczych itp. Trzeba też wspomnieć o medycynie, gdzie napięcie powierzchniowe odgrywa rolę wskaźnika zmian patologicznych płynów ustrojowych [9, 58]. We wszystkich tych zastosowaniach pomiar napięcia powierzchniowego ogranicza się na ogół tylko do pomiaru statycznego siły. W klasycznym wykonaniu siły, z jaką wynurzany z cieczy pierścień (Du Nouy) lub płytka metalowa oddziaływuje z powierzchnią cieczy. Pomijając fakt trudnych często do przewidzenia błędów spowodowanych zakłóceniem stanu powierzchni obcym ciałem, metody klasyczne nie pozwalają uchwycić tak istotnego parametru jak dynamika zmian napięcia powierzchniowego [28]. W wielu procesach w których mamy do czynienia z powstawaniem nowej powierzchni, jest to bardzo ważny element. Wskutek procesów zmian orientacji molekuł na powierzchni, dyfuzji oraz adsorpcji molekuł rozpuszczonych w cieczy bazowej, ustalanie się napięcia powierzchniowego może trwać od kilku pikosekund do wielu minut, a jego wartość zmieniać się nawet o kilka rzędów wielkości. Ma to na przykład miejsce w procesach rozpylania cieczy, tworzenia mikro-strug (drukarki atramentowe) itp., wszędzie gdzie występuje tworzenie nowej powierzchni cieczy.

Z drugiej strony znajomość dynamicznego napięcia powierzchniowego[10] może być źródłem nowych informacji o zmianach zachodzących w tej trudnej do monitorowania warstwie molekularnej, jaką jest powierzchnia cieczy [85].

Poniżej podamy dwa przykłady ilustrujące możliwości wykorzystania dynamicznego pomiaru napięcia powierzchniowego metodą drgającej kropli. W pierwszym z nich (por. [82]) znajomość dynamicznego napięcia powierzchniowego wykorzystana jest do pomiaru własności fizyko-chemicznych (współczynnika adsorpcji i dyfuzji) wodnego roztworu heptanolu. W drugim przykładzie wskażemy na możliwość wykorzystania napięcia powierzchniowego do wyznaczenia temperatury i zmian składu parującej powierzchni.

4.3.1 Pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego

Opis sił międzymolekularnych na powierzchni roztworów jest często utrudniony lub niemożliwy wskutek braku znajomości parametrów powierzchni cieczy, istotnych dla modeli teoretycznych. Takimi parametrami są między innymi współczynnik adsorpcji

[9] Rozbieżności publikowanych wartości zmierzonego klasycznymi metodami napięcia powierzchniowego wody destylowanej doczekały się nawet sarkastycznej nazwy „komedia omyłek“[31].

[10] Termin przyjęty w literaturze [21, 22] dla odróżnienia od statycznej wartości napięcia powierzchniowego.

decydujący o „łatwości“ tworzenia się powierzchni zbudowanej z różnych molekuł oraz współczynnik dyfuzji molekularnej wyznaczający „szybkość“ penetracji powierzchni przez molekuły z głębi cieczy. Przykład pomiaru tych parametrów, jaki wykonano metodą oscylującej kropli dla wodnego roztworu heptanolu został zamieszczony w pracy [82].
Heptanol jest przykładem trudno rozpuszczalnej w wodzie substancji powierzchniowo czynnej, której minimalna obecność powoduje przeszło dwukrotny spadek statycznego napięcia powierzchniowego. Rys.4.15a przedstawia porównanie pomiarów napięcia powierzchniowego dla wody destylowanej, metodą oscylującej kropli i metodą statyczną (pierścień Du Nouy). Pomiary oscylacji kropli wykonano metodą stroboskopowo-fazową rejestrując serię 240 obrazów poszczególnych faz deformacji kropli utworzonej na końcu strugi rozpadającej się w sposób kontrolowany. Jak możemy się przekonać, napięcie powierzchniowe czystej wody pozostaje stałe w rozpatrywanym okresie czasu[11]. Dokładność pomiaru w niewielkim tylko stopniu ustępuje pomiarom wykonanym metodą klasyczną pierścieniem Du Nouy. W drugiej części rysunku (rys.4.15b) pokazano rezultat pomiaru dynamicznego napięcia powierzchniowego wykonanego dla oscylującej kropli rozcieńczonego roztworu wodnego heptanolu. Napięcie powierzchniowe świeżo utworzonej powierzchni kropli ma początkowo wartość odpowiadającą cieczy bazowej czyli wodzie destylowanej. W ciągu kilku milisekund rozpoczyna się na powierzchni proces adsorpcji molekuł heptanolu i ich dyfuzji z głębszych warstw molekularnych w kierunku powierzchni. Proces ten zmienia drastycznie bilans sił międzymolekularnych prowadząc w ciągu pierwszych $15ms$ do prawie dwukrotnego spadku napięcia powierzchniowego, które później asymptotycznie osiąga swoją wartość statyczną. Na podstawie zmierzonych charakterystyk napięcia powierzchniowego obliczono poszukiwane współczynniki adsorpcji i dyfuzji (por. [82]).

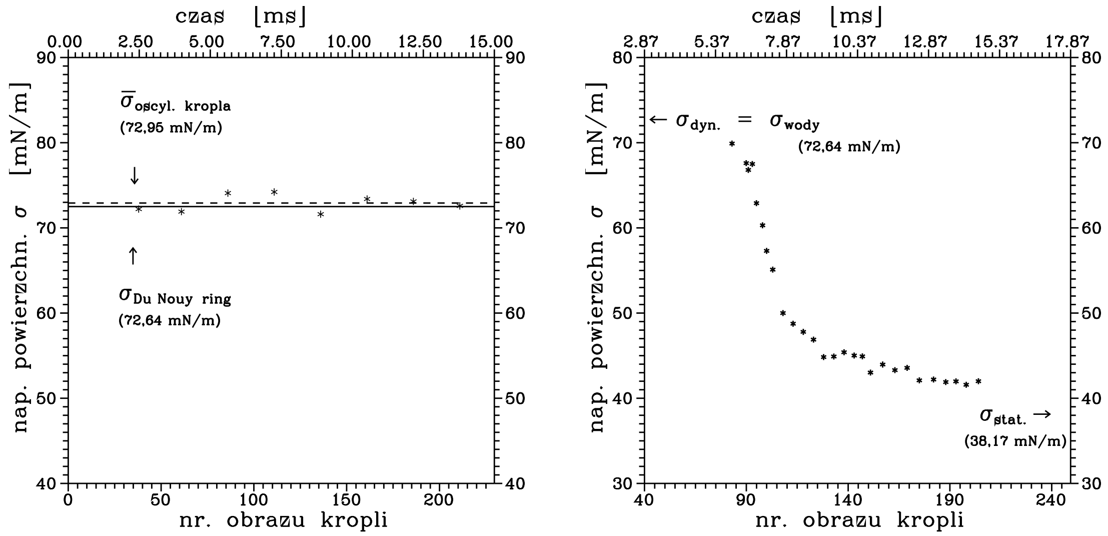
4.3.2 Pomiar temperatury i składu powierzchni parującej kropli

Znajomość parametrów parującej powierzchni cieczy, szczególnie temperatury, a w przypadku roztworów ich chwilowego składu, ma decydujące znaczenie we wszystkich próbach modelowania procesu parowania, zwłaszcza, że minimalne zmiany temperatury powierzchni, ze względu na wykładniczy charakter krzywej ciśnienia pary, prowadzą do znacznych zmian w całkowitym bilansie energii na powierzchni.
Z drugiej strony, stosowanie praktycznie wszystkich tradycyjnych metod bezpośredniego pomiaru tych parametrów powoduje trudne do uwzględnienia zakłócenia całego procesu [20]. Pomiar powinien się ograniczać jedynie do cienkiej, molekularnej warstwy powierzchni cieczy. Z tego powodu również większość metod optycznych (interferometria, załamanie światła) dostarcza informacji o wątpliwej przydatności.
Unikalną możliwość stwarza dopiero metoda oscylującej kropli, w której cały mechanizm pomiaru wynika z własności tej badanej molekularnej warstwy powierzchniowej.

Pomiar temperatury

Idea wykorzystania metody oscylującej kropli do pomiaru temperatury powierzchni polega na wykorzystaniu zależności napięcia powierzchniowego od temperatury. Typowy przebieg

[11] Stała czasowa dynamicznego napięcia powierzchniowego wody jest rzędu $10^{-8}s$.



a b

Rysunek 4.15: *Pomiar dynamicznego napięcia powierzchniowego metodą oscylującej kropli (a) - woda destylowana, promień kropli $R_0 = 185\mu m$ (- - -); porównanie z pomiarem statycznym (—–). (b) - wodny roztworu heptanolu ($7,6 mol/m^3$), $R_0 = 174\mu m$.*

zmian napięcia powierzchniowego w funkcji temperatury, zmierzony dla używanego w badaniach alkoholu etylowego, przedstawia rys.4.16. Możemy zauważyć, że zmiana napięcia powierzchniowego ma przebieg liniowy o nachyleniu rzędu $0,1mN/m\,/K$. Osiągnięcie rozdzielczości pomiaru temperatury rzędu kilku stopni wymaga więc wysokiej precyzji pomiaru napięcia powierzchniowego. Jest to jedna z podstawowych trudności, którą należało pokonać stosując możliwie dokładne metody analizy i interpretacji oscylacji kropli. Praktyka wskazuje, że na obecnym etapie rozwoju metody możliwe jest osiągnięcie dokładności rzędu $0,3mN/m$[12], co dla alkoholu odpowiada kilkustopniowej zmianie temperatury powierzchni.

Tego rzędu zmiany temperatury powierzchni możemy się spodziewać dla kropli alkoholu poruszającej się w powietrzu pod normalnym ciśnieniem atmosferycznym. Na rys.4.17a pokazano modelowe obliczenia[13] temperatury powierzchni, zmiany relatywnego promienia i strumienia pary dla kropli alkoholu poruszającej się z prędkością $10m/s$, w powietrzu o temperaturze pokojowej. W ciągu pierwszych kilkunastu milisekund następuje blisko jedna trzecia całkowitej zmiany temperatury, która w tym przypadku wynosi $\approx 15K$. Końcowa temperatura odpowiada tzw. temperaturze rosy[14], po osiągnięciu której parowanie ma charakter stacjonarny rządzony tzw. prawem D^2, oznaczającym liniowy spadek kwadratu średnicy kropli w czasie. W wielu procesach (np. wtrysk paliwa) cykl pracy jest znacznie krótszy niż okres ustalania się temperatury równowagi, i poznanie dynamicznych charakterystyk procesu parowania ma istotne znaczenie. Przebieg krzywej

[12]Zwiększenie precyzji jest jednak nadal możliwe np. przez zastosowanie kamer video o wyższej rozdzielczości.

[13]Wg. jednowymiarowego modelu opisanego w Dodatku 6.1.

[14]ang. „wet bulb temperature“

parowania w początkowym jego okresie jest rządzony przede wszystkim wielkością strumienia ciepła dostarczanego do powierzchni z (lub do) wnętrza kropli i zależy od przebiegu procesów transportu ciepła w kropli.
Rysunek 4.17b ilustruje zmianę profilu temperatury wewnątrz kropli. Przez dłuższy okres czasu wnętrze kropli pozostaje „gorące“, a jedynie jej powierzchnia ulega silnemu schłodzeniu. Przewodnictwo cieplne wyraźnie „nie nadąża“ z dostarczaniem ciepła konsumowanego przez parującą powierzchnię. Dopiero po około $50ms$ temperatura wnętrza kropli ulega obniżeniu. Ponieważ obok przewodnictwa cieplnego inne czynniki, np. konwekcja wymuszona, mogą istotnie modyfikować ten proces, modelowanie strumienia ciepła wewnątrz kropli nie zawsze jest oczywiste. Spotyka się na przykład często w literaturze spekulacje nad przyspieszeniem czasu relaksacji temperatury wewnętrznej wskutek powstania ruchu wirowego (tzw. Hill-vortex) wywołanego ruchem kropli w otaczającym ją gazie. Również drgania kropli mogą wpływać na procesy wymiany ciepła wewnątrz i na zewnątrz kropli.
Stwierdzenie wpływu dodatkowych czynników w bilansie cieplnym kropli wymaga pomiaru temperatury. Dla drgającej kropli teoretycznie możliwe jest określenie dwóch temperatur: powierzchni - na podstawie pomiaru napięcia powierzchniowego i średniej temperatury całej kropli na podstawie pomiaru zmiany lepkości cieczy (a więc współczynnika tłumienia drgań). Ale już sam pomiar temperatury powierzchni może rzucić więcej światła na znaczenie dodatkowych czynników modyfikujących transport ciepła wewnątrz kropli.
Parametrem, który przy okazji otrzymujemy „za darmo“ w wyniku naszego pomiaru drgań kropli, są dokładne dane o zmianie jej objętości, obliczane dla każdego kroku czasowego podczas komputerowej analizy obrazów. Jest to bardzo istotna informacja pozwalająca na porównanie obserwowanej i przewidywanej modelem intensywności parowania.
Rysunek 4.18a pokazuje przykład zmierzonej zmiany promienia kropli alkoholu parującej w temperaturze pokojowej w normalnej atmosferze. Możemy wyróżnić dość gwałtowny spadek promienia kropli w ciągu pierwszych kilku milisekund przechodzący w niemal liniowy spadek o mniejszym nachyleniu. Nakreślony linią ciągłą rezultat obliczeń wg. modelu jednowymiarowego[15] wskazuje na jednostajny spadek promienia kropli. Nachylenie tej linii odbiega od obserwowanego w fazie początkowej silnego spadku promienia kropli. Jedną z możliwych zaproponowanych interpretacji tego efektu [51] jest wpływ oscylacji kropli na zmianę transportu ciepła wewnątrz i na zewnątrz. Możliwość intensyfikacji wymiany ciepła [54], czy parowania [87] wskutek drgań powierzchni jest zwykle modelowana zmianą fizycznych parametrów modelu na „efektywne“, uwzględniające nieznane mechanizmy ich modyfikacji. Wzorując się na tych pracach w podobny sposób „dopasowano“ drugą krzywą na rys. 4.18, dodając do opisanego w Dodatku 6.1 modelu efektywne przewodnictwo cieczy:

$$\lambda_{osc} = \lambda \left(1 + \chi (Re_l Pr_l)^{\frac{1}{2}}\right) \tag{4.24}$$

i modyfikując liczbę Nusselta i Sherwooda wg.:

$$Nu_{osc} = Nu(1 + \zeta Re_g^{0.7} Pr^{\frac{1}{3}}), \tag{4.25}$$

[15] krzywa odpowiada początkowej części z rys.4.17a.

gdzie χ i ζ są dobranymi parametrami wynoszącymi odpowiednio 0,08 i 12,5.
Występujące w równaniach liczby Reynoldsa R_l i Re_g odnoszą się do maksimum prędkości dla drgającej powierzchni oraz wymiaru kropli dla cieczy i otaczającego ją gazu.
Zmiana warunków parowania wpływa oczywiście na zmianę temperatury powierzchni. Dodatkowo ciągła zmiana objętości kropli jest również parametrem wpływającym na zmianę częstości drgań kropli (por. 4.11). Pokazany na rys. 4.18b dryf częstości drgań jest efektem nałożenia się efektów nieliniowych na w/w efekty parowania. Dokładne odseparowanie tych efektów przy tak małej oczekiwanej zmianie temperatury nie jest jeszcze możliwe i wymaga dalszych prac zarówno nad modelem teoretycznym jak i eksperymentalnych.
Rysunek 4.19 pokazuje próbę znalezienie zmiany napięcia powierzchniowego w funkcji ciśnienia otaczającego ją gazu (azot) dla oscylującej kropli alkoholu. Dość znaczny rozrzut punktów pomiarowych, spowodowany prawdopodobnie nałożeniem się kilku efektów, uniemożliwia interpretację tych wyników i dlatego należy je raczej traktować jako wstępny test metody.
Jedną z możliwości powiększenia mierzonych efektów jest wzmocnienie intensywności parowania kropli. Prace nad stabilnością parującej strugi cieczy (rozdz. 3) pokazują, że wymaga to jednak zmiany metody wytwarzania kropel. Jedną z możliwości, testowaną wstępnie, jest piezoelektryczny generator pojedynczych kropel [16] wyrzucanych z małej dyszy, podobnie jak ma to miejsce w drukarkach typu „ink jet“. Metoda ta pozwala na uniknięcie problemów z niestabilną strugą, dostarczając pojedyncze krople („drop on demand“) o dobrze zdefiniowanych parametrach. Problemem technicznym czekającym jeszcze na rozwiązanie jest generowanie kropel o promieniu większym niż $30\mu m$, gdyż ogranicza to bardzo dokładność pomiarów ich deformacji.

Pomiar składu powierzchni

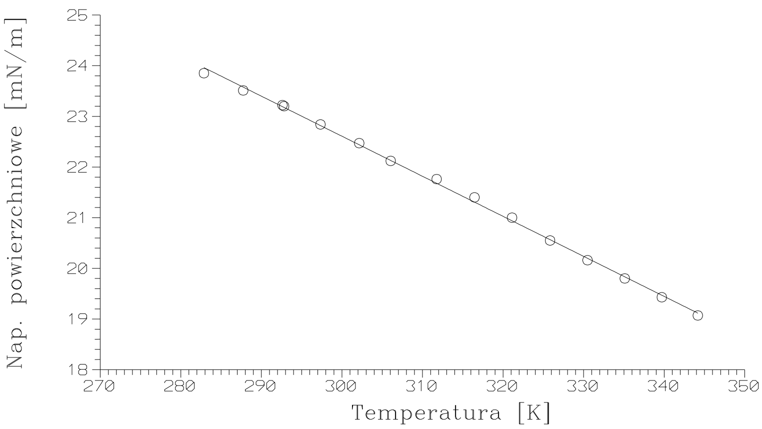
Dla roztworów, obok temperatury powierzchni, drugim jej parametrem wpływającym na napięcie powierzchniowe jest zmiana składu wskutek szybszego parowania substancji bardziej lotnej. W przeciwieństwie do temperatury powierzchni taka zmiana może być stosunkowo łatwo zarejestrowana pod warunkiem, że składniki roztworu znacznie różnią się napięciem powierzchniowym. Tak jest na przykład dla roztworów alkoholu z wodą lub gliceryną. W przypadku gliceryny efekty są dodatkowo spotęgowane wskutek spowolnionej lepkością dyfuzji substancji bardziej lotnej (alkoholu) do parującej powierzchni. Zjawiska tego typu są często spotykane w praktyce. Na przykład dla zawiesiny kropel paliw, a szczególnie oleju napędowego, szybki spadek koncentracji lotnych składników w istotny sposób zmienia przebieg procesów parowania i spalania.
Rysunek 4.20 pokazuje zarejestrowane zmiany składu powierzchni poprzez porównanie zmierzonej amplitudy drgań kropli z rezultatem obliczeń. Symulacje przeprowadzono przyjmując początkowo wartość napięcia powierzchniowego dla mieszaniny wg. tablicy 4.1 (górna część rys. 4.20) oraz następnie przez dobór wartości zapewniający najlepsze dopasowanie krzywej teoretycznej i punktów pomiarowych. W obu analizowanych przypadkach otrzymujemy dość znaczny wzrost napięcia powierzchniowego świadczący o wzroście na powierzchni kropli koncentracji gliceryny (czyli spadku koncentracji bardzej

[16] MD-S-301H Microdrop System

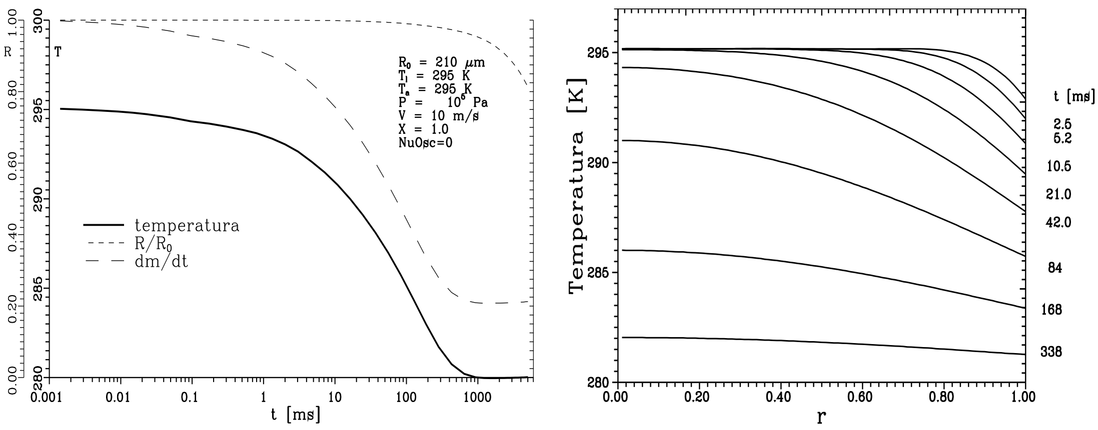
lotnego alkoholu). Zmiana ta, zgodnie z oczekiwaniem, jest znacznie silniejsza dla bardziej lepkiego roztworu MIXE (rys.4.20b).

4.4 Uwagi końcowe

Przedstawione w niniejszym rozdziale rezultaty badań wskazują na możliwość dokładnego opisu oraz interpretacji teoretycznej swobodnych drgań kropli cieczy. Mimo szeregu uproszczeń i ograniczeń opracowane modele teoretyczne pozwalają na precyzyjny opis przebiegu drgań kropli, wykorzystując obok fizycznych własności układu jedynie warunki początkowe dla deformacji i prędkości deformacji pierwszych kilku amplitud rozwinięcia kształtu powierzchni. Jest to ważny rezultat, gdyż jak pokazano, nieliniowy charakter drgań kropli jest nierozłączną cechą procesu i jego obecność we wszystkich zakresach parametrów nie może być zaniedbana.
Praktyczne wykorzystanie badań oscylującej kropli do pomiaru własności fizycznych powierzchni cieczy staje się, jak pokazano na kilku przykładach, możliwe do realizacji. Szczególne znaczenie, jak się wydaje, może mieć wykorzystanie metody oscylującej kropli do monitorowania stanu parującej powierzchni.
Większość przeprowadzonych badań eksperymentalnych wykonano techniką fazowo-stroboskopową, która obok swych niewątpliwych zalet wymaga jednak idealnej powtarzalności procesu generacji i późniejszego zachowania się kropel. Pełne wykorzystanie metody oscylującej kropli wymaga dalszego udoskonalenia metod rejestracji, tak by uniezależnić dokładność pomiaru od chwilowych zaburzeń i utraty stabilności strugi tworzącej krople. Jak pokazała praktyka, ma to szczególne znaczenie w badaniach silnie parujących kropel, gdzie sam proces parowania powoduje generację dodatkowych zaburzeń powierzchni.

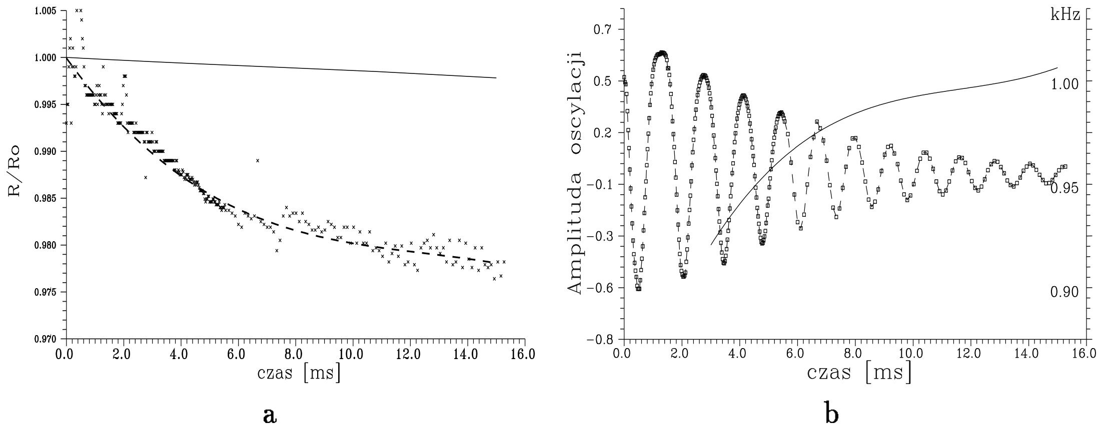


Rysunek 4.16: *Zmiana napięcia powierzchniowego w funkcji temperatury zmierzona dla alkoholu metodą pierścienia Du Nouy.*

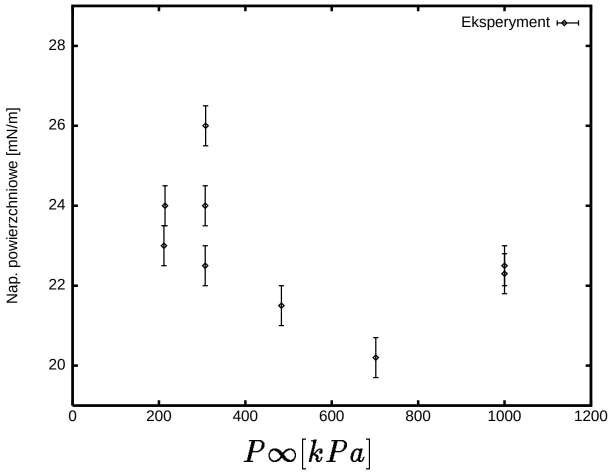


a b

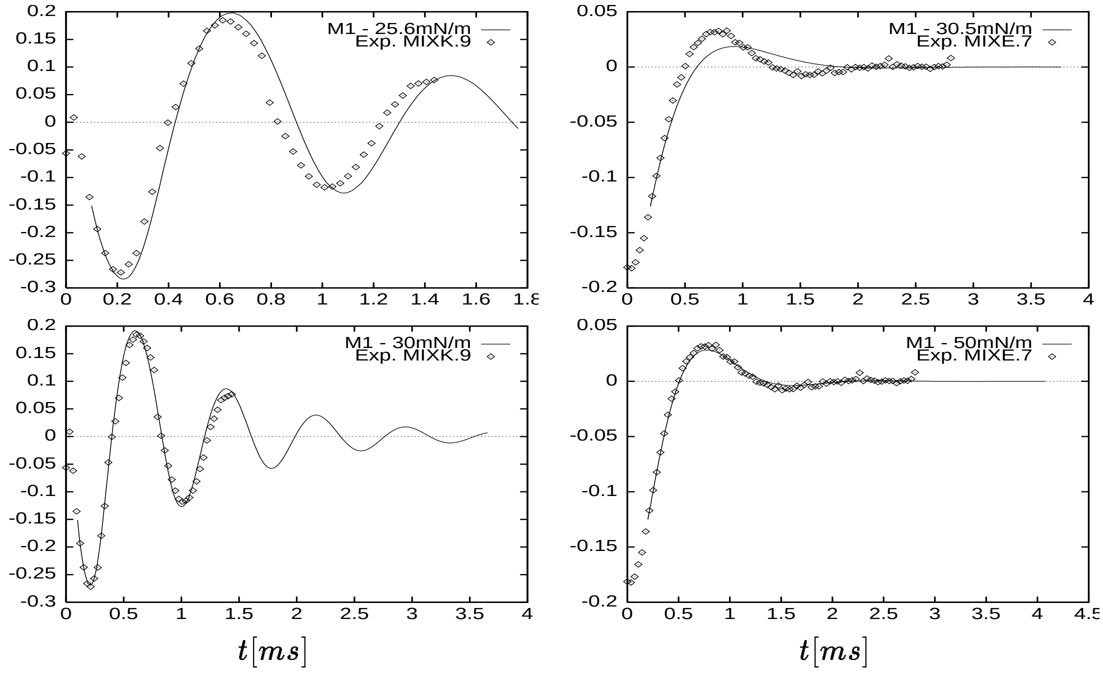
Rysunek 4.17: *(a)- temperatura powierzchni, względny promień i strumień masy obliczone dla parującej kropli alkoholu wg. modelu jednowymiarowego (por. Dodatek); (b) - obliczony rozkład temperatury wnętrza kropli dla wybranych chwil czasowych.*



Rysunek 4.18: *Parowanie oscylującej kropli alkoholu w powietrzu;* $V = 10m/s$, $R_0 = 210\mu m$, $\Theta_o = 295K$, $P\infty = 10^5 Pa$. *(a) - zmiana w czasie ekwiwalentnego promienia: (+) eksperyment, (—-) jednowymiarowy model parowania (por. Dodatek), (- - -) j.w. ale uwzględniający efekt oscylacji kropli; (b) - zmierzona amplituda drgań modu podstawowego oraz dryf częstości drgań.*



Rysunek 4.19: *Zmiana napięcia powierzchniowego w funkcji ciśnienia otoczającego je gazu (azotu) zmierzona metodą oscylującej kropli.*



a) b)

Rysunek 4.20: *Amplituda a_2 drgań parującej kropli rozworu gliceryny. $\diamond$ - eksperyment, linia ciągła - model M1 dla standardowej wartości σ (góra rysunku) i wartości optymalnej (dół). (a) - roztwór MIXK, $P_\infty = 6kPa$, $R_0 = 156\mu m$; góra $\sigma = 25.6mN/m$, dół $\sigma = 30mN/m$. (b) - roztwór MIXE, $P_\infty = 800Pa$, $R_0 = 260\mu m$; góra $\sigma = 30.5mN/m$, dół $\sigma = 50mN/m$.*