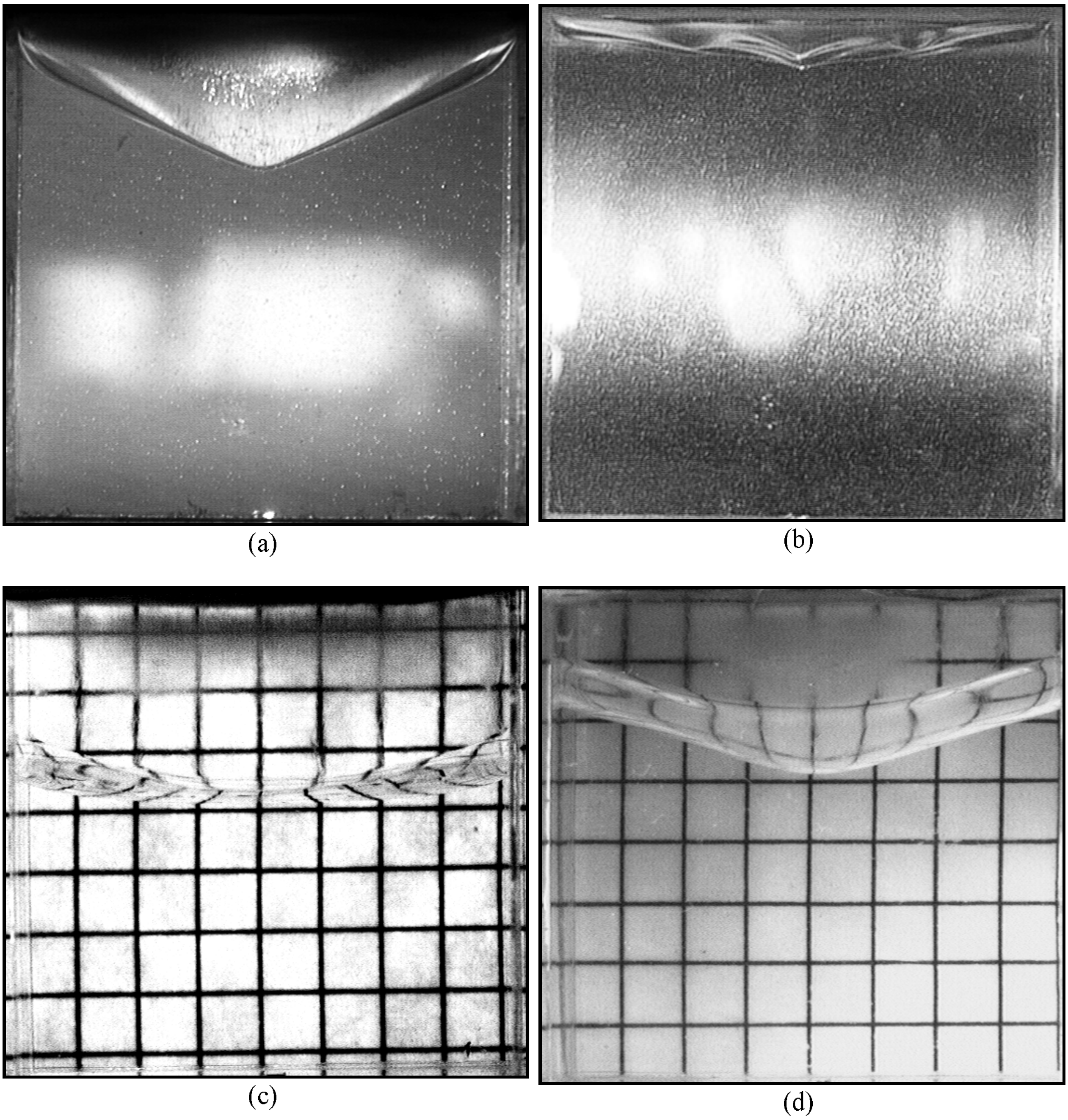
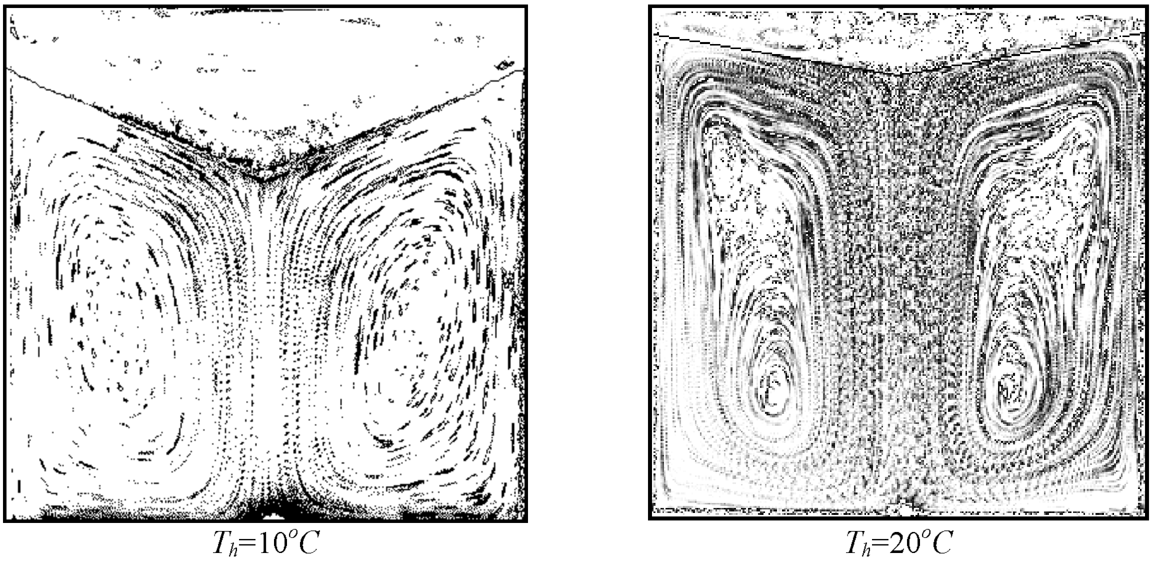

(a) (b) (c) (d)

Rys. 31. Wpływ temperatury zewnętrznej na kształt powierzchni lodu. Widoczne nierówności powierzchni odzwierciedlają wpływ struktury przepływu. Górny wiersz - kanał sześcienny ze szkła(a) - $T_h=10^oC$, (b) - $T_h=20^oC$; dolny wiersz - kanał sześcienny z pleksiglasu (c) - $T_h=10^oC$, (d) - $T_h=20^oC$.

Stwierdzono szereg ogólnych prawidłowości. Dla „startu zimnego" prędkość maksymalna w osi przepływu maleje w miarę rozwoju przepływu i wzrostu warstwy lodu. Dla startu „ciepłego", po początkowym okresie „rozruchu" i ustaleniu się ostatecznej struktury, przepływ (300-500s) zachowuje się analogicznie jak dla „zimnego startu". Zarówno szybkość wzrostu kryształu lodu jak i prędkości przepływu stają się bardzo zbliżone.

Rys. 32 ilustruje zmiany pola prędkości w czasie dla trzech rozpatrywanych kanałów na przykładzie wybranego profilu prędkości pionowej. Punkty na wykresie odpowiadają składowym wektorów rozwoju struktur. Po przejściu wielu niesymetrycznych stanów pośrednich struktura przepływu ustala się. Stabilizującą rolę odgrywa tu niewątpliwie powstanie stożkowej struktury lodu na górnej ściance. Początkową asymetrię pól prędkości rejestrowanych pod powierzchnią lodu oraz późniejszą stabilizację przepływu ilustruje Rys. 29.

Porównanie torów cząstek pozwala lepiej uwidocznić różnicę struktury pola przepływu między przypadkiem T_h=10°C i 20°C (Rys. 30). Dla wyższej temperatury wyraźnie widoczne jest zniekształcenie struktury torów wewnątrz głównej cyrkulacji, świadczące o utworzeniu się przynajmniej dwóch dodatkowych struktur. Ponieważ mamy do czynienia z ruchem trójwymiarowym, obserwowane tory są faktycznie fragmentami toroidalnych spiral, przemieszczających ciecz nie tylko w płaszczyźnie, lecz również w trzecim wymiarze. W rezultacie w przepływie tworzą się zamknięte „komórki", których liczba i wielkość zależy między innymi od termicznych warunków brzegowych. Różnice prędkości pól przepływu dla różnych temperatur zewnętrznych uwidaczniają zmiany w transporcie ciepła. Zwiększona wymiana ciepła powoduje oczywiście spadek szybkości przyrostu lodu.

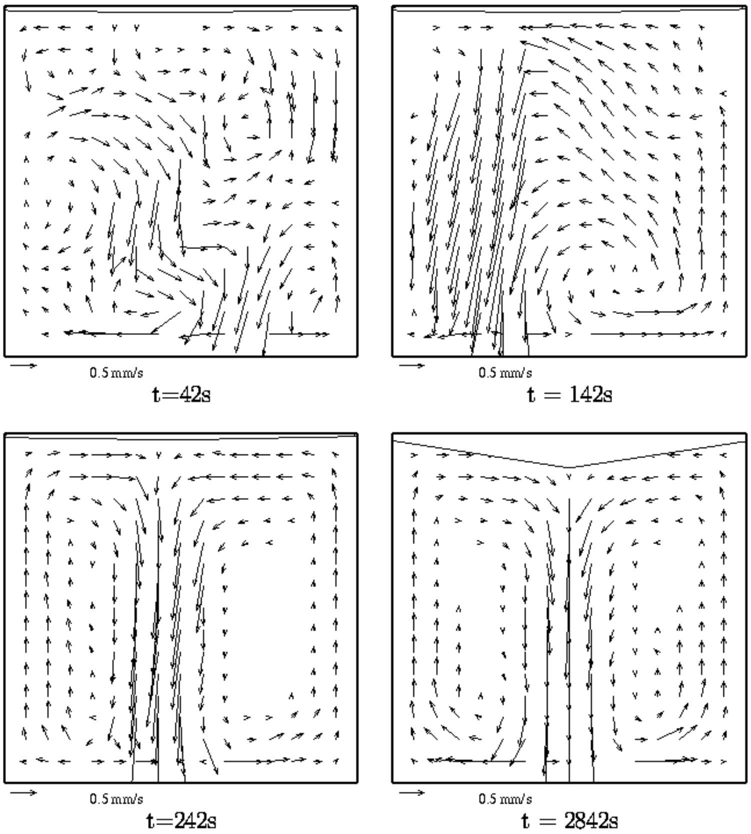

T_h=10°C T_h=20°C

Rys. 30. Tory cząstek obserwowane dla rozwiniętego przepływu w centralnej płaszczyźnie pionowej (z=0.5) dla kanału sześcian-szkło przy dwóch różnych temperaturach zewnętrznych.

Przyglądając się strukturze powierzchni lodu (Rys. 31), możemy dodatkowo zauważyć, że pozornie podobne pola przepływu, charakteryzują różne formy cyrkulacji, uzewnętrzniające się w kształcie i zafalowaniach powierzchni lodu. Te zaburzenia powierzchni, widoczne dla niższych temperatur w postaci charakterystycznych wgłębień na powierzchni lodu, są najwyraźniejsze dla maksymalnych strumieni ciepła tzn. ścianki szklanej i temperatury zewnętrznej T_h=20°C.

4.3 Wpływ przewodnictwa ścianek bocznych

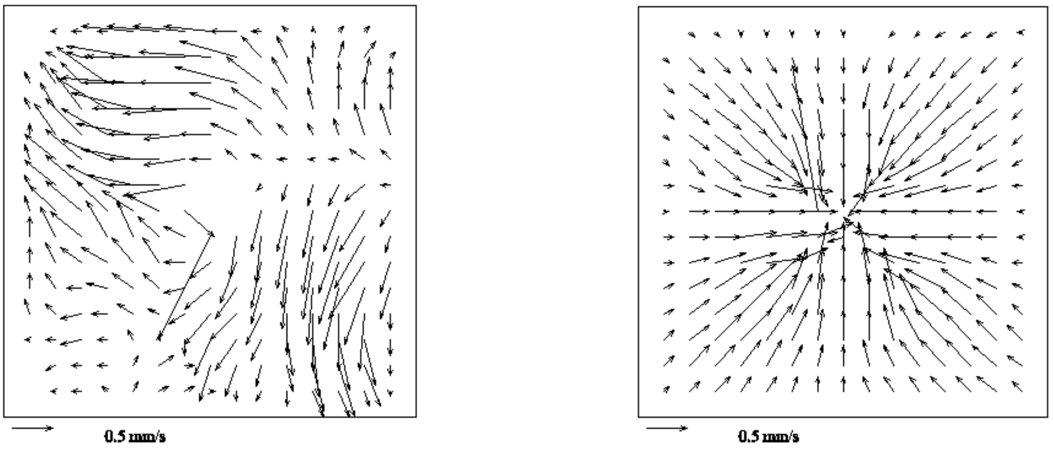
W eksperymentach badano jak różne warunki brzegowe wpływają na symetrię przepływu i wzrost kryształu lodu. Warunki brzegowe zmieniano poprzez zmianę przewodnictwa ścianek (pleksi / szkło), geometrię naczynia (walec / sześcian), temperaturę płaszcza zewnętrznego i temperaturę początkową ścianki górnej i cieczy.



t=42s t = 142s

t=242s t = 2842s

Rys. 28. Rozwój pola prędkości zmierzony (PIV) dla kanału sześcian-szkło (S) i temperatury zewnętrznej T_h=20^{o}C, *„start ciepły”* - od stanu zerowego, centralny przekrój pionowy z=0.5.

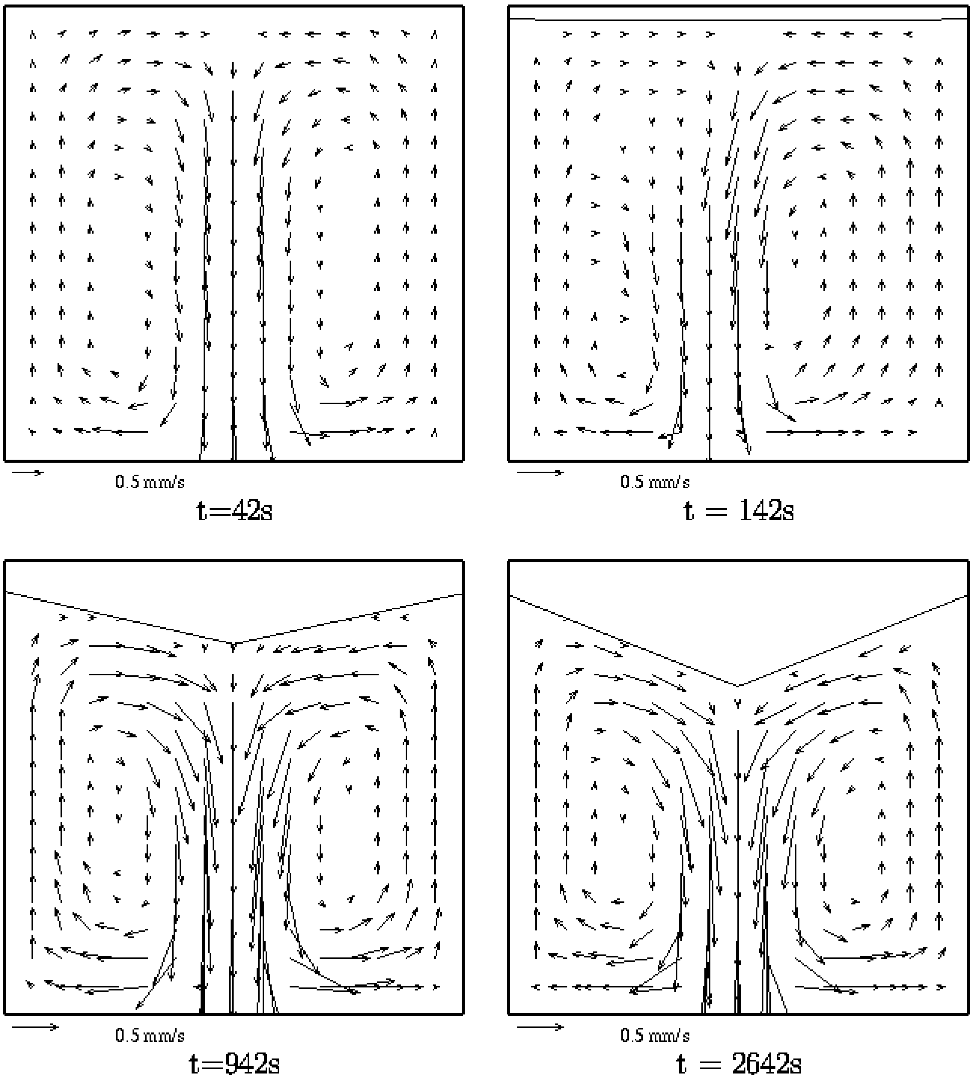


t=67s t=2967s

Rys. 29. Pola prędkości zmierzone (PIV) w przekroju poziomym (y=0.9) dla kanału sześcian-szkło (S) i temperatury zewnętrznej T_h=20^{o}C, *„start ciepły”*.

Dalszy wzrost zewnętrznej temperatury prowadzi do dalszego przyspieszenia przepływu i jednoczesnego spadku prędkości wzrostu kryształu lodu. W stanie ustalonym zasadniczy charakter struktury przepływu zostaje zachowany (Rys. 28). Jednak w przeciwieństwie do poprzedniego przypadku, początkowy rozwój przepływu jest inny, wyraźnie widać niesymetryczny charakter

Wzrost temperatury zewnętrznej T_h do 10^oC zmienia charakter przepływu. Dominuje symetryczna cyrkulacja, z przepływem wzdłuż osi kanału (Rys. 27). Mimo początkowo symetrycznego startu, powstanie lodu powoduje chwilowe zaburzenia struktury przepływu. Ulegają one wytłumieniu, w miarę jak od górnej ścianki narasta stożkowaty front lodu, stabilizujący oś symetrii przepływu.



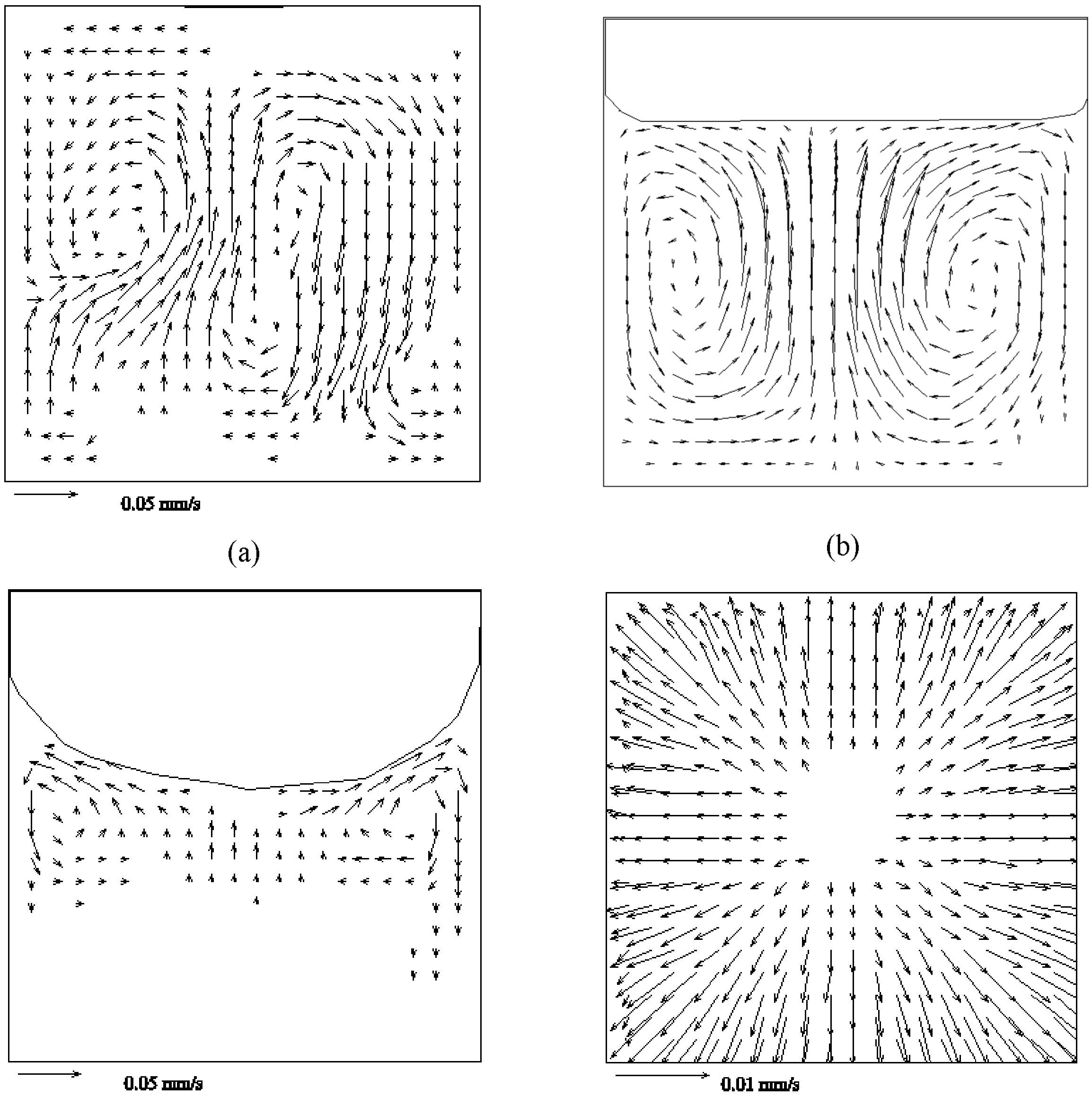
t=42s t = 142s

t=942s t = 2642s

Rys. 27. Rozwój pola prędkości zmierzony metodą PIV dla kanału sześcian-szkło (S) i temperatury zewnętrznej T_h=10^oC, *„start zimny"* - od rozwiniętego przepływu, centralny przekrój pionowy z=0.5.

Charakterystyczna prędkość przepływu znacznie wzrasta, w porównaniu z przypadkiem poprzednim i wynosi początkowo na osi przepływu około 5mm/s. W miarę wzrostu lodu prędkość przepływu maleje.

Rayleigh'a). Wcześniej istniejące gradienty temperatury powodują ruch cieczy w górę wzdłuż osi kanału i po schłodzeniu w dół wzdłuż ścianek bocznych, wyraźnie wpływając na kształt tworzącego się lodu (Rys. 26). Po osiągnięciu stanu ustalonego (Rys. 26b) przepływ odbywa się jedynie w górnej części przy ściance, a prędkości przepływu są bardzo małe, rzędu 0.02mm/s. Pod powierzchnią lodu widać wyraźnie radialny przepływ od osi symetrii kanału do ścianek (Rys. 26d).



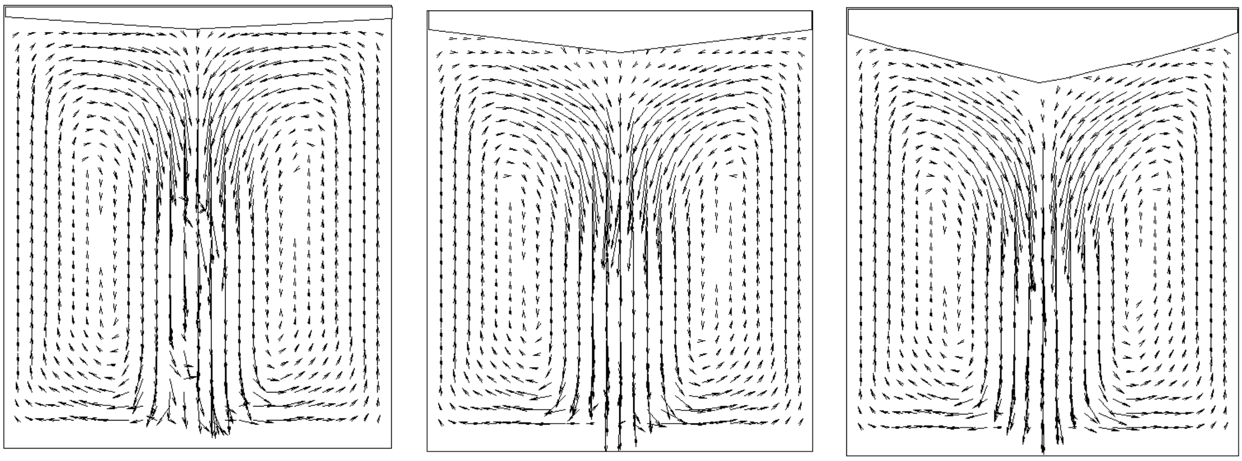
(a) (b)

(c) (d)

Rys. 26. Wektory prędkości zmierzone metodą PIV dla kanału sześcian-szkło (S) i temperatury zewnętrznej T_h=5°C, *„start ciepły"*. (a) - centralny przekrój pionowy z=0.5, czas t=42s; (b) - t= 747s; (c) - t= 6445s; (d) - przekrój poziomy pod lodem (y=0.9), t=442s.

Dla kanału wykonanego z pleksiglasu spadek temperatury na ściankach bocznych jest większy niż ma to miejsce w kanale szklanym. Ruch cieczy wywołany inwersją temperatury staje się jeszcze wolniejszy a tworzący się front lodu jest niemal płaski.

Warto zwrócić uwagę na charakterystyczne „zawirowania” pojawiające się w chwili początkowej w górnych narożach kanału. Ten typ początkowych struktur, charakteryzujący również rozwój przepływu w kanale sześciennym (por. Rys. 19a), świadczy o silnej stratyfikacji cieplnej i powstaniu warunków typu Rayleigha-Benarda dla górnej warstwy cieczy. W miarę upływu czasu rozwój przepływu w górnych narożnikach kanału prowadzi do przerwania warstwy termicznej i utworzenia „opadających” w dół wzdłuż ścianek strumieni chłodnej cieczy. Powoduje to ustalenie się początkowej struktury przepływu z głównym strumieniem na osi kanału skierowanym do góry. W drodze kolejnych perturbacji następuje odwrócenie cyrkulacji płynu i ostatecznie już po 200s ustala się struktura zbliżona do ostatecznej, tzn. z głównym strumieniem cieczy na osi kanału spływającym do dolnej ścianki. Analogiczny scenariusz obserwowano w eksperymentach, jednak wskutek zawsze występujących tam perturbacji początkowy rozwój cyrkulacji na ogół nie był osiowo symetryczny. Podobnie jak miało to miejsce w kanale sześciennym, zanim ustaliła się regularna końcowa struktura, przepływ rozpadał się na mniej regularne strugi („plums”), spadające od górnej powierzchni w kierunku dna kanału. Po ustaleniu się przepływu (ok. 200s), jego struktura jest porównywalna do obserwowanej dla startu „zimnego”. Przykład zarejestrowanego rozwoju pola prędkości w kanale walcowym pokazuje Rys. 25.



t=222s t=823s t=2925s

Rys. 25. Pola prędkości w przekroju centralnym szklanego walca (W1) zmierzone (PIV) dla 222s, 823s i 2925s od „startu zimnego”; T_h=10°C.

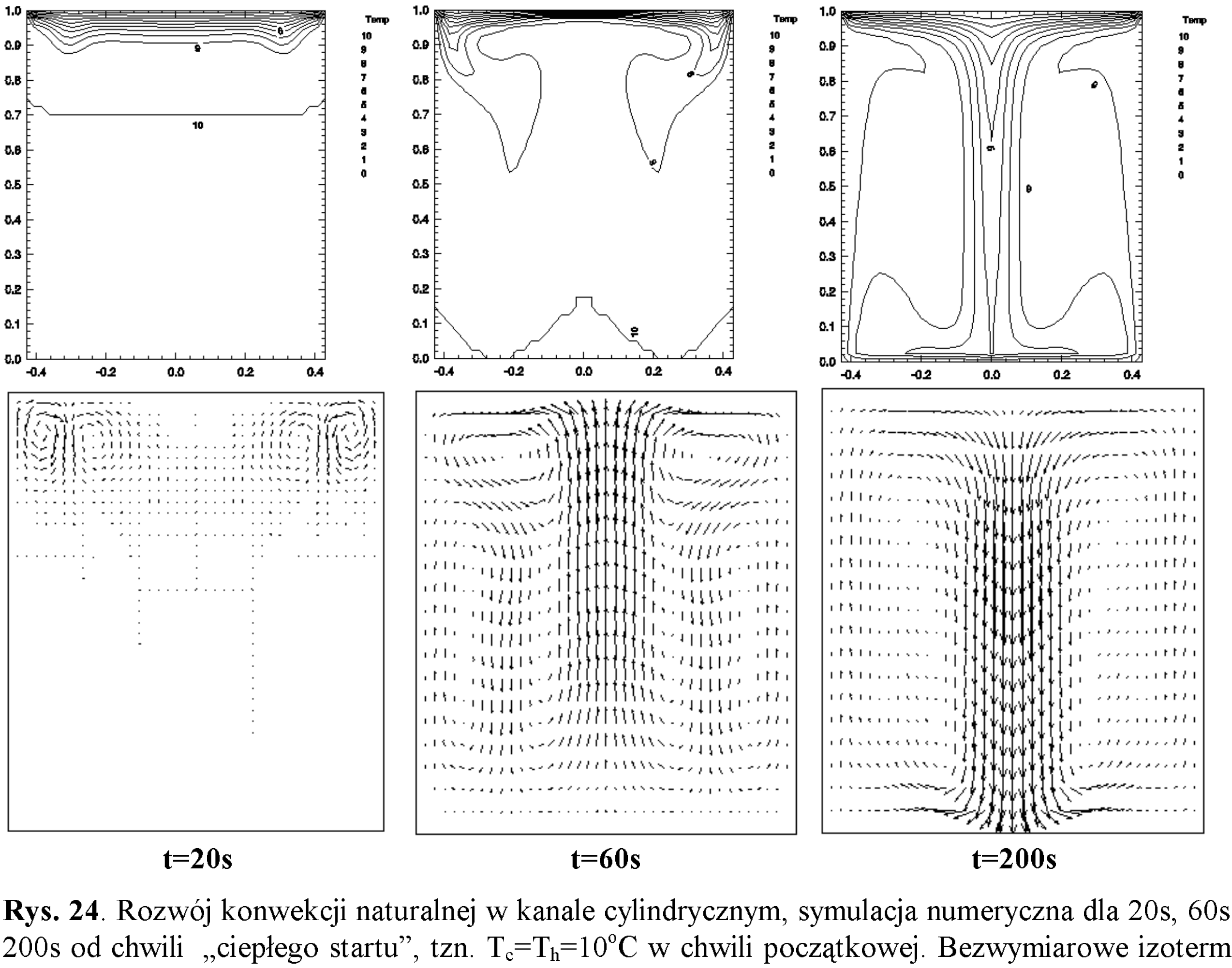
4.2 Wpływ temperatury zewnętrznej

Przepływ w rozpatrywanej geometrii jest wywołany gradientem temperatury między górną powierzchnią ograniczającą a otaczającą kanał ze wszystkich stron kąpielą wodną o temperaturze T_h.. W chwili początkowej ciecz w pobliżu górnej ścianki zostaje przechłodzona, nawet do temperatury -10°C. Jednak wkrótce po utworzeniu się pierwszej warstwy lodu możemy we wszystkich przypadkach przyjąć temperaturę 0°C, jako stałą temperaturę górnej granicy przepływu.

Zmiana temperatury zewnętrznej T_h od 5°C do 25°C pozwala prześledzić tworzenie się szeregu odmiennych form przepływu. Dla temperatury T_h =5°C praktycznie w całej objętości kanału obowiązuje inwersja gęstości wody. Powoduje to powstanie bardzo interesującej cyrkulacji, w której *zimna* ciecz unosi się do góry. W badanej konfiguracji powinno to powodować całkowite ustanie ruchu i ograniczenie transportu ciepła do przewodnictwa. W rzeczywistości ruch zamiera i dobrze widoczna stratyfikacja temperatury ma miejsce dopiero w końcowej fazie eksperymentu, gdy blisko połowa kanału jest już wypełniona lodem (maleje efektywna wysokość a więc i efektywna liczba

Rys. 22 przedstawia typowe charakterystyki pokazujące szybkość wzrostu kryształu lodu dla wybranych eksperymentów. Na wykresach linią ciągłą oznaczono rezultaty symulacji numerycznej. Rezultaty symulacji numerycznych pokrywają się stosunkowo dobrze z pomiarami dla niższych temperatur zewnętrznych (niższa efektywna liczba Rayleigh'a). Przy wzroście temperatury zewnętrznej pojawiają się rozbieżności, szczególnie jeśli chodzi o prognozę szybkości narastania lodu. Wskazuje to na powstanie dodatkowych struktur przepływu lub mechanizmów transportu ciepła trudnych do precyzyjnego uchwycenia w przyjętym modelu. Jednym z takich mechanizmów jest proces konwekcyjnego mieszania się cieczy między cyrkulacją powstałą w malejącej warstwie przyściennej przy górnej ściance, gdzie ma miejsce inwersja gęstości, a główną cyrkulacją w dolnej części kanału. Przy większych gradientach temperatury grubość tej warstwy przyściennej ulega znacznej redukcji i być może dla przyjętej rozdzielczości siatki obliczeniowej jest poza kontrolą dokładności numerycznej.

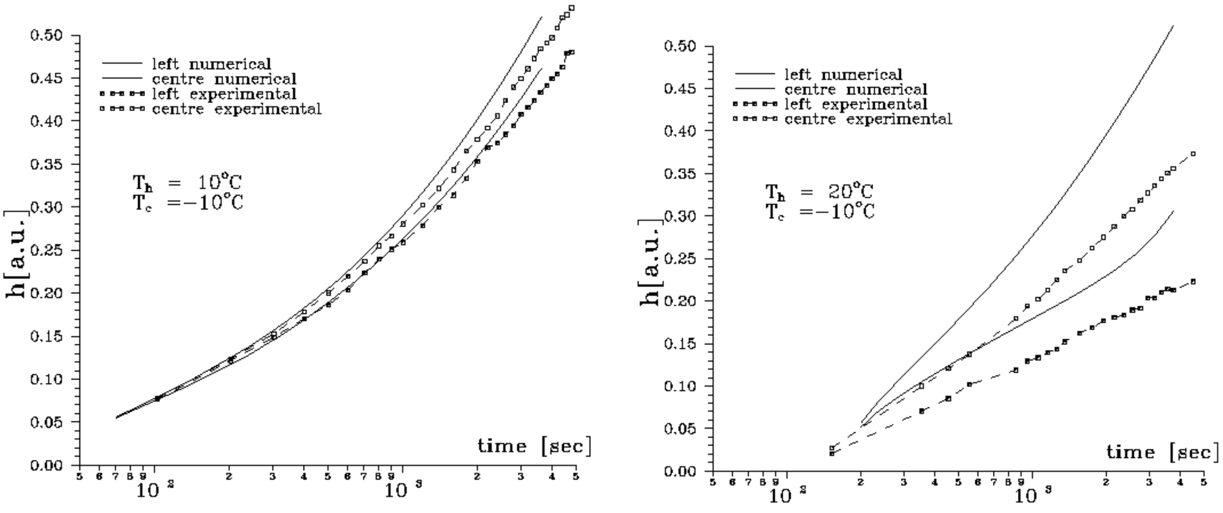
Rys. 23 pokazuje porównanie zmierzonych i obliczonych pól prędkości i temperatur dla stanu zbliżonego do ustalonego. Możemy zauważyć, że wyniki symulacji numerycznej mimo generalnej zgodności obliczanych pól temperatury i prędkości „przeceniają" szybkość wzrostu kryształu lodu.



t=20s **t=60s** **t=200s**

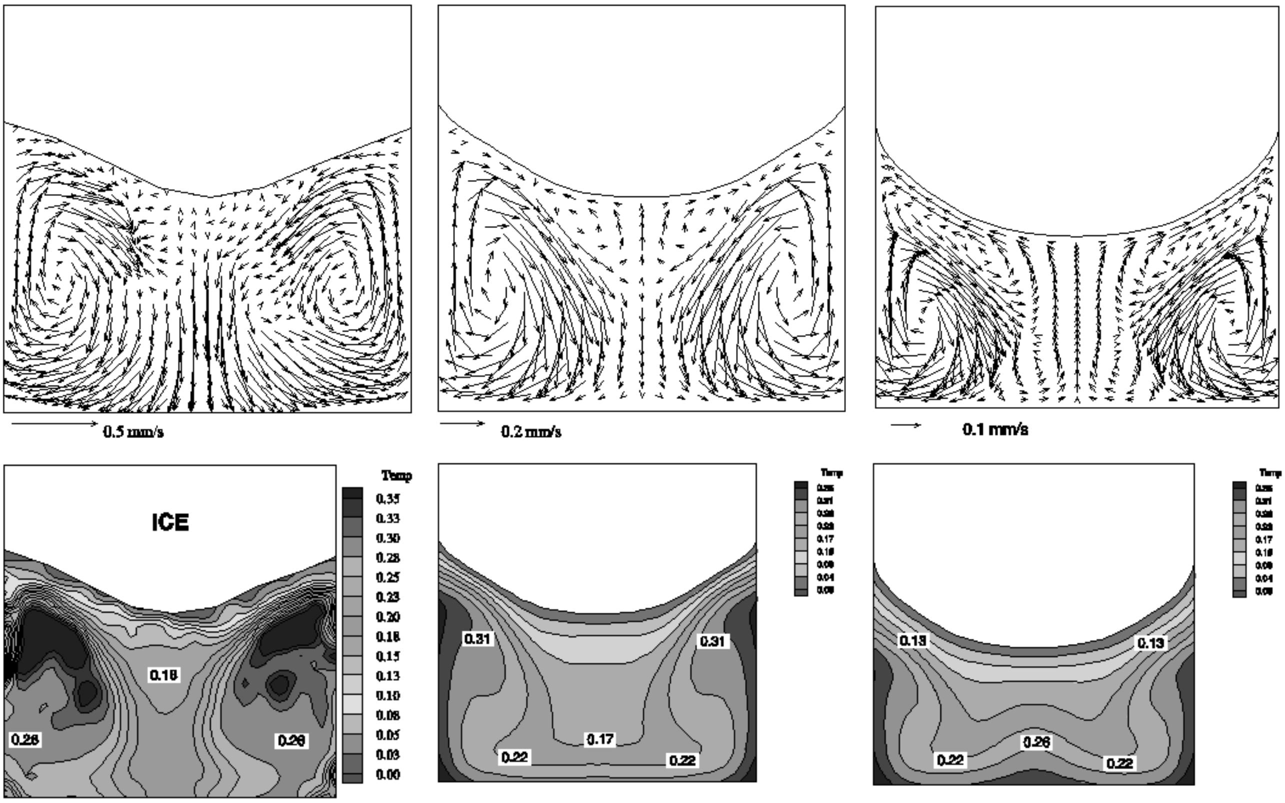
Rys. 24. Rozwój konwekcji naturalnej w kanale cylindrycznym, symulacja numeryczna dla 20s, 60s i 200s od chwili „ciepłego startu", tzn. T_c=T_h=10°C w chwili początkowej. Bezwymiarowe izotermy (górny wiersz) i pola wektorowe (dolny wiersz).

Rozwój konwekcji naturalnej w szklanym kanale cylindrycznym przedstawia Rys. 24. Symulacja numeryczna od „startu ciepłego" wykonana dla przypadku osiowo-symetrycznego (CYLIND) pokazuje rozwój przepływu bardzo zbliżony do tego jaki obserwowaliśmy w kanale sześciennym.



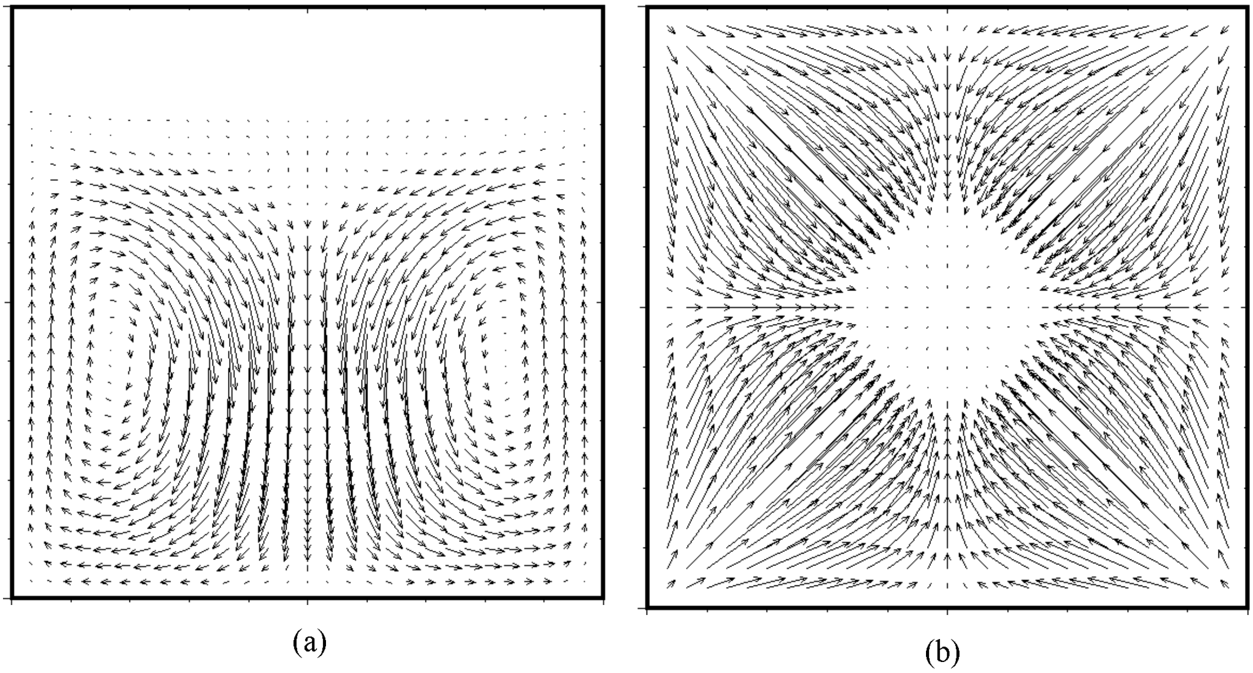
(a) (b)

Rys. 22. Krzywe wzrostu wysokości warstwy lodu zmierzone (punkty) w kanale sześciennym z pleksiglasu (P) na osi kanału i na środku ścianki bocznej. Linia ciągła - symulacja numeryczne (3-D TBC); (a) - temperatura zewnętrzna T_h =10°C, (b) - T_h =20°C.

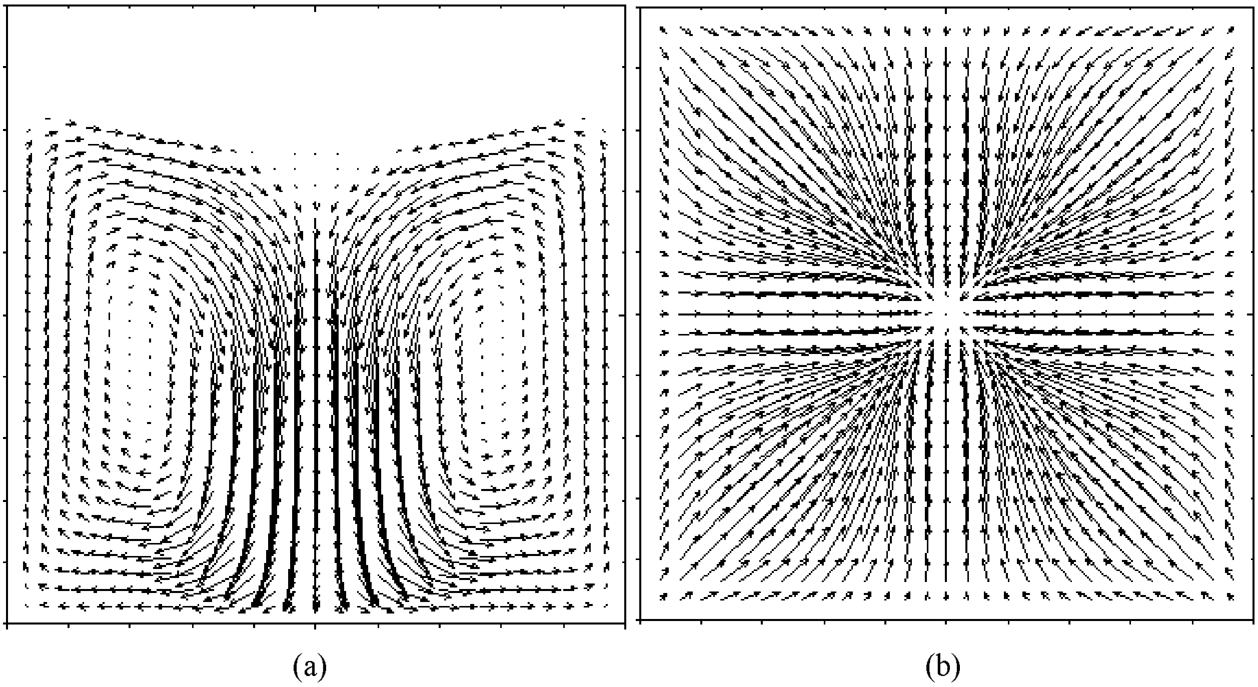


(a) (b) (c)

Rys. 23. Wektory pola prędkości (górny wiersz) i izotermy (dolny wiersz) dla przepływu w kanale sześciennym z pleksiglasu (P) przy temperaturze zewnętrznej T_h =20°C, „ciepły start"; (a) - eksperyment dla czasu t=20400s; (b) - obliczenia dla czasu t=3700s; (c) - obliczenia dla numerycznego stanu ustalonego.


(a) (b)

Rys. 20 Pola prędkości obliczone dla kanału z pleksiglasu dla: (a) - pionowego przekroju centralnego Z=0.5; (b) - przekroju poziomego pod powierzchnią lodu (Y=0.75). Temperatura zewnętrzna T_h=10^oC, czas t=300s, *„zimny start”*.


(a) (b)

Rys. 21 Pola prędkości obliczone dla kanału z pleksiglasu dla: (a) - pionowego przekroju centralnego Z=0.5; (b) - przekroju poziomego pod powierzchnią lodu (Y=0.71). Temperatura zewnętrzna T_h=20^oC, *t=500s; „zimny start”.*

się pod górną ścianką izotermiczną. Ten charakter początkowych zmian choć wizualnie zbliżony do symulacji komputerowej, ze względu na swoją przypadkowość nie może być jednoznacznie modelowany. W związku z tym dla lepszego kontrolowania warunków początkowych zarówno w eksperymencie jak i w obliczeniach realizowano również drugi scenariusz inicjacji przemiany fazowej - wspomniany już „start zimny".

Rozwój przepływu symulowano do osiągnięcia czasu rzeczywistego 3600s dla kanałów ze ściankami z pleksiglasu i 800s dla kanałów wykonanych ze szkła. W tym drugim wypadku, wskutek większego przepływu ciepła przez ścianki boczne, zmiany charakterystyk przepływu następowały znacznie szybciej. Typowe kroki czasowe zapamiętywane w postaci pełnych zbiorów binarnych obliczanych pól to 30s, 60s, 100s, 200s, 300, 500s, 1000s, 1500s, 2000s, 2500s, 3000s i 3600s. Jeden zbiór wyników zajmuje (zależnie od wielkości siatki) od 4 do 11MB pamięci masowej. Z tego też względu archiwizacja rezultatów wymagała stosowania dodatkowych urządzeń specjalistycznych (dyski magneto-optyczne i dyski optyczne CD-R).
Dla geometrii walcowej obliczenia wykonano jedynie dla cienkiej ścianki szklanej, badając struktury przepływu bez przemiany fazowej. W tym wypadku temperatura górnej ścianki wynosiła 0^{o}C. Ze względu na bardzo małe grubości warstwy lodu tworzącej się w kanale walcowym, obserwowany przepływ w małym stopniu odbiega od przyjętego w modelu numerycznym.

Rozpatrzenie dużej liczby przypadków przy wysokiej czasochłonności obliczeń było możliwe dzięki prowadzeniu równoległych prac na czterech dostępnych nam komputerach: IBM RS6000/350 (MPI Göttingen), Sparc2000 (IPPT PAN), CRAY-CS6400 (COI PW) oraz komputer PC Pentium 133 w systemie Linux.

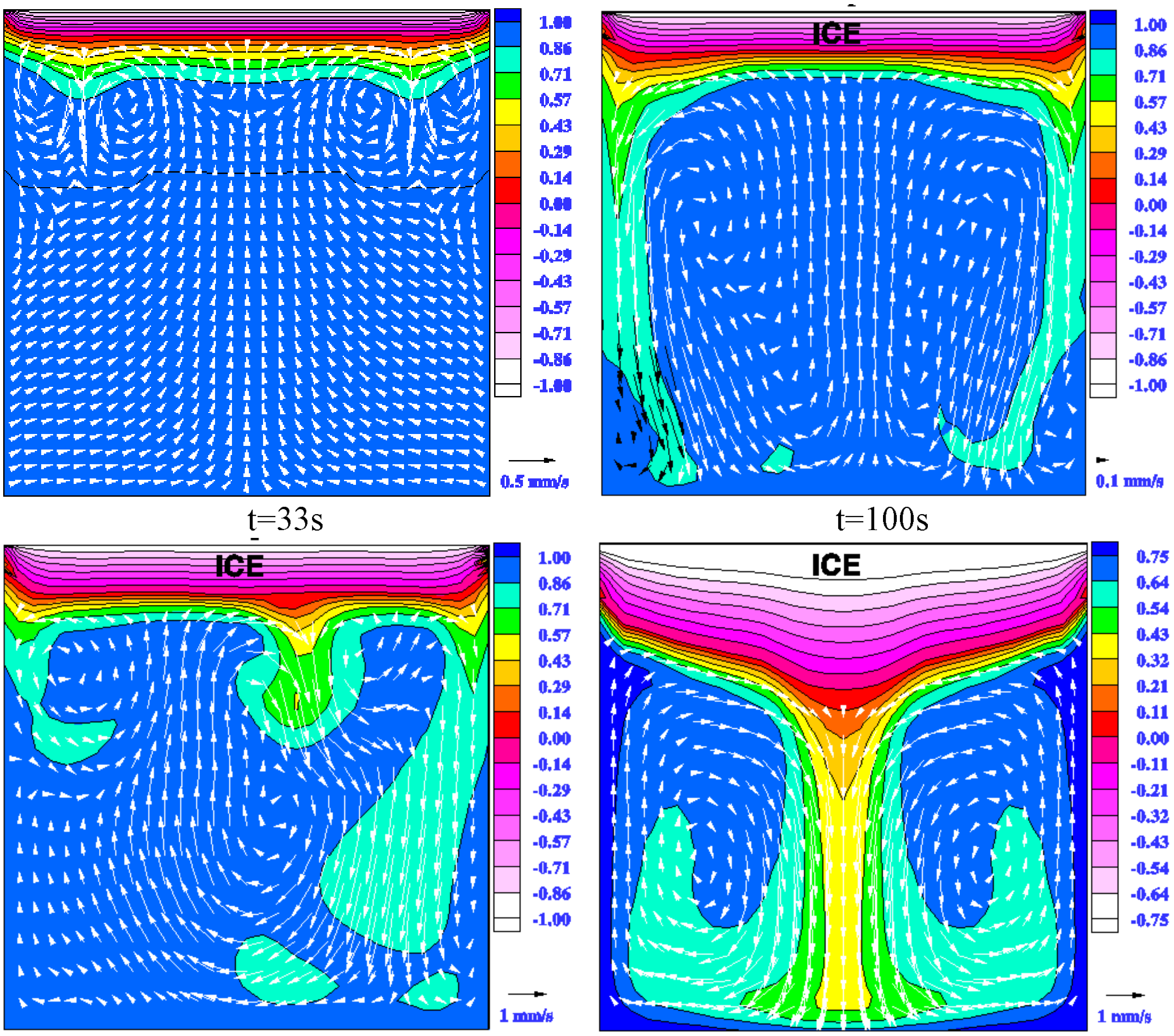
4. Rezultaty badań

Zebrany w trakcie badań olbrzymi materiał doświadczalny jak i numeryczny jest trudny do zbiorczego przedstawienia i ze zrozumiałych względów powodów wymaga selekcji. W niniejszym raporcie ograniczymy się więc do przedstawienia jedynie wybranych wyników, wskazując przede wszystkim na nowe czy też interesujące zjawiska.

4.1 Podstawowe charakterystyki przepływu

Ustalony przepływ w badanych geometriach charakteryzuje typowa struktura, którą ilustrują pola wektorowe (Rys. 20 i Rys. 21). Przepływ w przekroju centralnym cechuje szybki strumień cieczy na osi przepływu. Średnica tej centralnej „strugi" wynosi około 10% szerokości kanału dla temperatury zewnętrznej T_h=10^{o}C, i maleje dla wyższych temperatur, co łatwo zauważyć w przekrojach poziomych (Rys. 20b i Rys. 21b). Przekroje poziome wyraźnie wskazują też na linie podziału symetrii struktury, których efekt widoczny jest później na powierzchni tworzącego się lodu.

Stan taki jest jednak quasi-stabilny i każde niewielkie zaburzenie powoduje złamanie symetrii przepływu, realizując jego odmienne struktury. W badaniach numerycznych przyjęcie stochastycznego zaburzenia początkowego pola temperatury ($T=T_h$) amplitudą wynoszącą 0.01% ΔT powodowało już realizację przepływu charakteryzującego się w początkowej fazie nie jednym symetrycznym strumieniem spływającej w dół cieczy, ale kilkoma niesymetrycznymi „termikami" (plums), pojawiającymi się i znikającymi w nieregularny sposób (Rys. 19). W miarę wzrostu stożkowej warstwy lodu przepływ ulega „regularyzacji", asymetryczne struktury przepływu stopniowo zanikają. W efekcie dopiero po stosunkowo długim czasie (500-2000s) obserwujemy regularny, symetryczny rozwój przepływu i wzrost fazy stałej. Taki rozwój przepływu był obserwowany w eksperymencie, gdzie zawsze istniejące fluktuacje temperatury i zaburzenia symetrii uniemożliwiają zapoczątkowanie symetrycznego przerwania i spływu cieczy z zimnej warstwy termicznej tworzącej



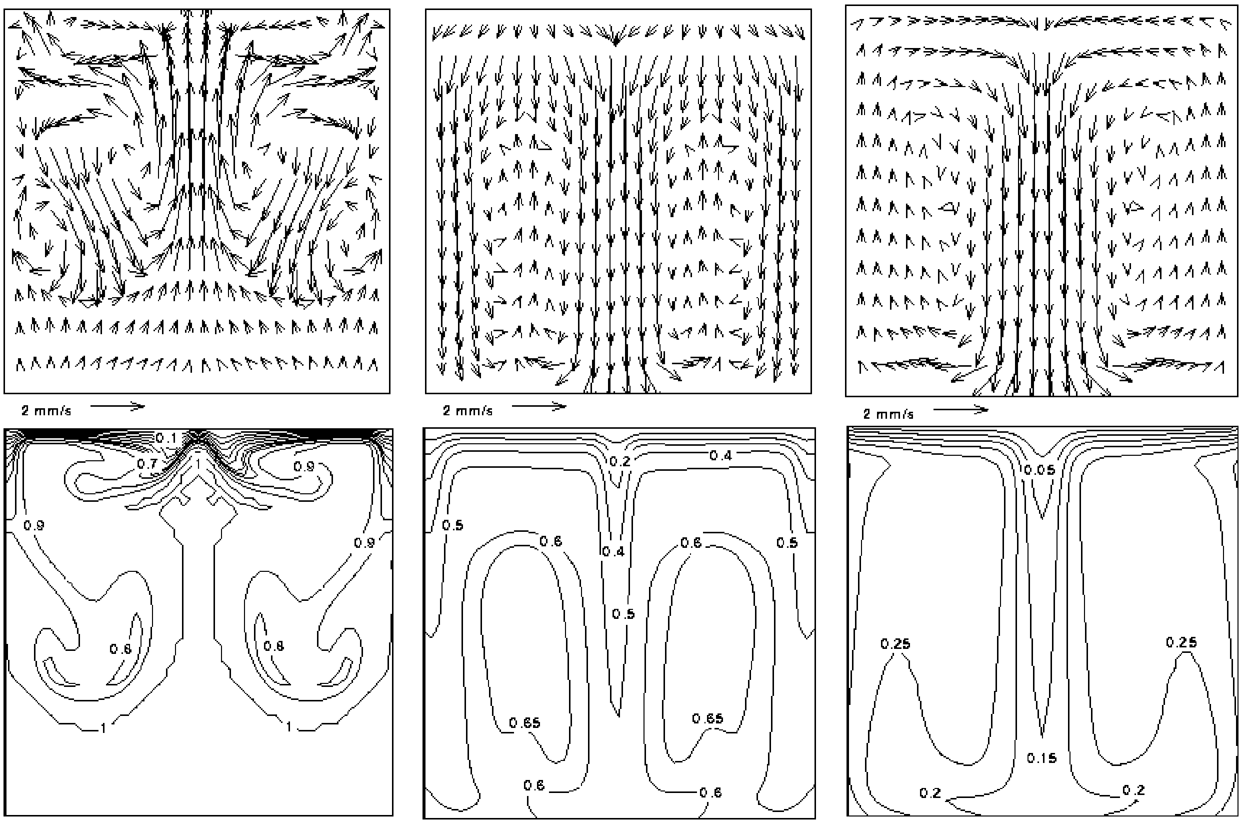
t=33s t=100s

t=200s t=1000s

Rys. 19. Rozwój przepływu w kanale sześciennym o ściankach szklanych, $T_h=10^oC$, $T_c=-10^oC$. Rezultaty obliczeń dla 33s, 100s, 200s i 1000s od „ciepłego *startu*" pokazujące bezwymiarowe izotermy i pole prędkości dla centralnego przekroju pionowego.

Obliczenia przepływu dla sześcianu o szklanych ściankach bocznych wykonane zostały jedynie dla temperatur T_h = 5°C, 10°C. Ze względu na znacznie większy strumień ciepła przez szklane ścianki obliczenia te wymagały wyjątkowo małego kroku czasowego, dla zapewnienia stabilności rozwiązania.

Warunki początkowe przyjęte w obliczeniach odpowiadały zakładanym warunkom początkowym w pomiarach. Dwa rozpatrywane warunki to tzw. *„start ciepły”* i *„start zimny”*. Dla większości przypadków obliczenia zostały wykonane dla obydwu rozpatrywanych warunków początkowych, tzn. *„ciepły start”* - od stanu równomiernej temperatury równej T_h w całej domenie obliczeniowej i zerowego pola prędkości oraz tzw. *„zimny start”* - od uzyskanego wcześniej rozwiązania dla konwekcji naturalnej w tej samej geometrii i temperaturze ścianki górnej równej T_c =0°C. W obu przypadkach właściwa symulacja rozpoczynała się w momencie nagłego obniżenia temperatury górnej ścianki do -10°C.



t=40s t=200s t=3600s

Rys. 18. Rozwój konwekcji naturalnej w kanale z pleksiglasu podczas tzw. „ciepłego startu”, tzn. warunki początkowe odpowiadają stałej temperaturze, równej T_h = 21°C dla całej domeny obliczeniowej, z wyjątkiem ścianki górnej (T_c = 15.5°C. Górny wiersz - obliczone pola wektorowe, dolny izotermy.

W pierwszym przypadku („ciepły start”) symulacja komputerowa wskazuje na periodyczną zmianę struktury i kierunku przepływu. Wiąże to się ze wspomnianą niestabilnością tworzącej się pod górną ścianką warstwy termicznej. W idealnych warunkach, tego typu warunki początkowe mogą prowadzić to symetrycznej struktury przepływu, jak to widzimy na Rys. 18. Mimo gwałtownych zmian w strukturze, przepływ zachowuje regularność i jego interpretacja nie nastręcza trudności.

3.3 Śledzenie cząstek

Analiza struktury przepływu na podstawie obliczonych pól prędkości i temperatury charakteryzują te same ograniczenia, o których wspomniano wyżej w części eksperymentalnej. Identyfikacja rejonów o małych prędkościach, znalezienie obszarów recyrkulacji i zawirowań cieczy może być znacznie ułatwiona metodą śledzenia wirtualnej cząstki unoszonej przez przepływ (*particle tracking*). Całkowanie toru takiej cząstki na podstawie obliczonego pola prędkości pozwala na wyznaczenie linii, analogicznej do linii prądu, ilustrującej kierunek przemieszczeń cieczy w całej objętości naczynia. Szczególnie trójwymiarowa analiza takich torów dostarcza cennych informacji, umożliwiających interpretację zmian pól prędkości i temperatury. Metoda śledzenia cząstek pozwala też znacznie szybciej wykryć różnice, czy też rozbieżności między analizowanymi strukturami. Jest to związane z kumulacją informacji o polu prędkości w trakcie całkowania toru cząstki, i narastania ewentualnych różnic w miarę przedłużania tego toru.

Dla potrzeb niniejszej pracy przygotowano specjalny pakiet programowy VELTRK3E, który obok funkcji generacji torów cząstek pozwalał na elastyczną analizę zbiorów binarnych pól prędkości i temperatur otrzymywanych w trakcie obliczeń. Należy zwrócić uwagę na fakt, że porównanie torów cząstek fizycznych i obliczonych może się poważnie różnić jeśli wymiar i masa tych pierwszych są nie do pominięcia dla danego pola przepływu. Warunek ten dla powolnych przepływów, jakie mają miejsce w tej pracy, wydaje się być zawsze spełniony. Jednak nawet dla małych cząstek, kumulacja drobnych efektów może powodować, że z biegiem czasu niektóre tory zaczynają być preferowane. Powoduje to, często obserwowaną w eksperymencie, *segregację* stosowanych cząstek wskaźnikowych (posiewu). Po odpowiednio długim czasie obserwacji pojawiają się w kanale obszary o obniżonej koncentracji cząstek, w których pomiar pól prędkości i temperatury zaczyna być problematyczny oraz obszary o wyraźnie podwyższonej koncentracji (por. Rys. 12a). Analiza teoretyczna i numeryczna procesów prowadzących do tej akumulacji cząstek w przepływie konwekcyjnym została omówiona w pracy [25].

3.4 Zakres przeprowadzonych symulacji numerycznych

Jak wspomniano, równolegle do badań eksperymentalnych przeprowadzono szereg obliczeń numerycznych, symulujących warunki fizyczne. Większość obliczeń została wykonana dla geometrii sześciennej wykorzystując kod ICE3D i jego wariant ICE3DW3. Obliczenia wykonywano zwykle dla siatki 31^3 dla części cieczowej z dodatkowymi 10 węzłami dla lodu. Dla sprawdzenia wpływu siatki na dokładność obliczeń wykonano również część obliczeń dla siatek $41^3 + 11$ oraz $45^3 + 7$. Obliczenia wykonywane programem ICE3DW3 uwzględniały dodatkowo geometrię ścianek bocznych. Dla tych ścianek przyjęto stałą wielkość siatki wynoszącą 5 węzłów dla każdej strony. Zmiana grubości ścianek bocznych odpowiadała zmianie odstępu między węzłami.

Obliczenia dla kanału sześciennego zostały wykonane przyjmując dwie grubości ścianki wykonanej z pleksiglasu: 6mm i 8mm. Miało to na celu sprawdzenie wrażliwości przewodnictwa cieplnego przez ściankę na strukturę przepływu. Obliczenia wykonane zostały zarówno dla tzw. jednowymiarowych termicznych warunków brzegowych (1-D TBC), jak i dla pełnych 3-D TBC uwzględniających ściankę w strukturze siatki obliczeniowej. Obliczenia dla ścianki z pleksiglasu wykonano dla temperatur zewnętrznych T_h wynoszących 5°C, 10°C, 15°C i 20°C. Odpowiada to zakresom przeprowadzonych pomiarów. Temperatura górnej izotermicznej ścianki była stała we wszystkich obliczeniach i wynosiła -10°C.

Pierwszy z tych programów FRECYL jest osiowosymetrycznym kodem opartym o różnice skończone, operującym, podobnie jak omawiane wyżej programy, w zmiennych *potencjał wektorowy - wirowość*. Kod ten powstał we współpracy z grupą CFD z Uniwersytetu New-South-Wales (Sydney). Podstawową jego zaletą jest szybkość działania, uzyskana dzięki nad-relaksacji czasowej. Nie pozwala to jednak na badanie rozwoju czasowego zjawiska.

Ograniczeń tych nie posiada opracowany w IPPT PAN osiowo-symetryczny kod CYLIND [23], oparty na elemencie skończonym dla *zmiennych prymitywnych* $\vec{u}$ *i* p (prędkość i ciśnienie). We współrzędnych cylindrycznych ten dwuwymiarowy, niestacjonarny model układu równań ciągłości, zachowania energii i pędu ma postać:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r v)}{\partial r}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho r v u)}{r\partial r}+\frac{\partial(\rho u u)}{\partial z}=\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{r\mu\partial v}{\partial z}\right)+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu\partial u}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial z}-\rho g$$

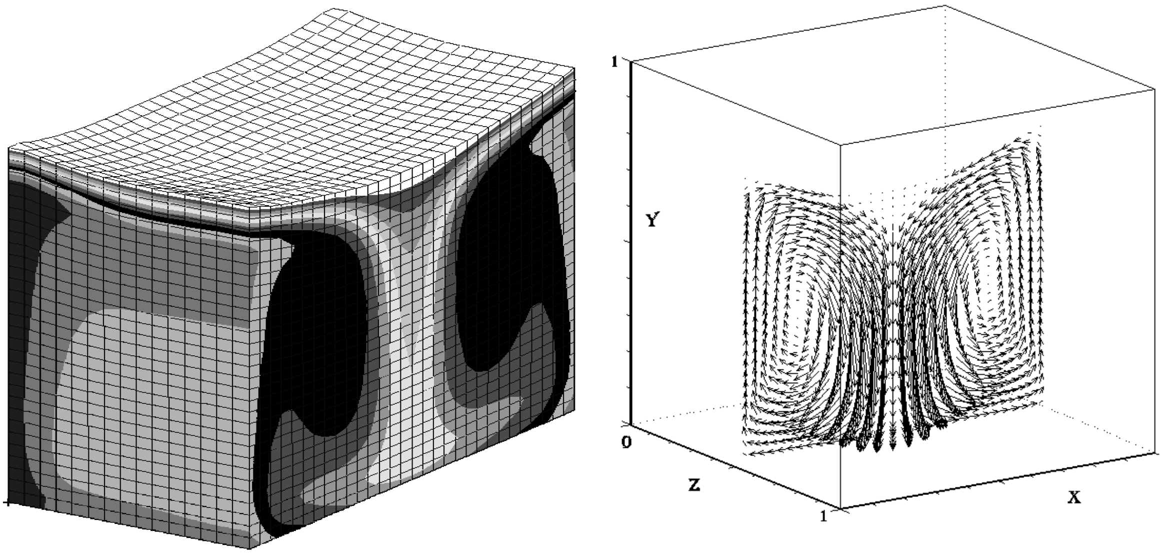
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho r v v)}{r\partial r}+\frac{\partial(\rho u v)}{\partial z}=\frac{\partial}{r\partial r}\left(\frac{r\mu\partial v}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu\partial u}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu\partial v}{\partial z}\right)-\frac{\partial p}{\partial r}-\frac{2\mu v}{r^{2}}$$

gdzie u i v oznaczają osiową i radialną składową wektora prędkości, h oznacza entalpię właściwą $h=h(r,z,t)$; ρ oznacza gęstość masową, c_p - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, k - przewodnictwo cieplne, μ - lepkość.

Wszystkie współczynniki materiałowe zależą wyłącznie od entalpii (temperatury) według zależności zdefiniowanych powyżej dla kodu ICE3D. Powyższe równania zostały rozwiązane metodą tzw. „obszaru kontrolnego" opisaną przez Patankar'a [19]. Do rozwiązania równania pędu zastosowano algorytm SIMPLEC [3]. Dla odpowiednio dużych czasów otrzymujemy rozwiązania stacjonarne. W obliczeniach użyto jednorodnej siatki o 20 węzłach w kierunku radialnym i 40 węzłach wzdłuż osi symetrii z.

Próbę analizy trójwymiarowej przepływu konwekcyjnego w kanale cylindrycznym podjęto stosując komercyjny kod oparty o element skończony NISA. Program symulujący warunki eksperymentu wykonywanego w IPPT PAN, został uruchomiony we Francji w ramach współpracy z ośrodkiem obliczeń numerycznych LIMSI-CNRS. Siatka obliczeniowa składała się z ponad 30000 elementów, modelując zarówno przepływ cieczy i ciepła wewnątrz kanału jak i przewodnictwo cieplne szklanych ścianek. Obliczenia wykonywane na komputerze Silicon Graphics okazały się bardzo czasochłonne, i modelowanie ograniczono jedynie do pierwszych 10 minut formowania się struktur przepływu.

efektywnej liczby Rayleigh'a. Spadek intensywności wymiany ciepła powoduje powiększanie się strefy inwersji gęstości wody, wyraźniej widocznej na Rys. 12b.



(a) (b)

Rys. 17. Rezultaty obliczeń dla kanału z pleksiglasu, $T_h=20^oC$, czas t=1000s od „*zimnego startu*"; (a) - siatka obliczeniowa i izotermy dla cieczowej domeny obliczeniowej (pokazany przekrój centralny dla połowy kanału) , (b) - pole wektorowe prędkości dla centralnego przekroju pionowego.

Obliczenia wykonywane powyższym kodem są bardzo czasochłonne. Jest to związane ze złożonością kodu, koniecznością uwzględnienia dodatkowych równań wynikających ze zmienności parametrów fizycznych, transformacją siatki i warunkiem małego kroku czasowego. Dla komputera przeciętnej klasy cały cykl obliczeń od startu do ok. 1 godziny czasu rzeczywistego, dla stosowanej na ogół typowej siatki 31x31x31+41 (dodatkowe 10 węzłów dla lodu), zajmują od 1 do 2 miesięcy czasu CPU. Z tego też względu szereg problemów, dotyczących wpływu termicznych warunków brzegowych testowano wstępnie dla konwekcji swobodnej bez przemiany fazowej. Stosowano do tego celu, również przy współpracy z Uniwersytetem NSW, kod FRECON3D [5] i jego zmodyfikowane wersje FRECON3E, FRECON3S i FRECON3V. Programy te, oparte podobnie jak wyżej wymieniony ICE3D na równaniach dla potencjału wektorowego i wirowości, pozwalają dzięki zastosowaniu nad-relaksacji czasu (*false-transient*) [16] w szybki sposób znaleźć rozwiązanie stacjonarne dla konwekcji swobodnej, uwzględniając zmienność parametrów fizycznych cieczy (FRECON3V) oraz pełne 3-D przewodnictwo ścianek (FRECON3S). Podobnie uzyskiwano rozwiązania konwekcji swobodnej, będące punktem startowym dla rozpoczęcia obliczeń procesu przemiany fazowej od przepływu rozwiniętego (tzw. *zimny start*).

3.2 Geometria cylindryczna

Adaptacyjny charakter siatki obliczeniowej stosowanej w programie ICE3D umożliwia teoretycznie stosowanie go dla dowolnych geometrii. Jednak w szczególności dla geometrii walcowej transformacja okręgu do kwadratu powoduje generację współczynników o bardzo dużych wartościach, uniemożliwiając stabilne obliczenia. Z tego względu do symulacji przepływu w walcu zastosowano programy operujące we współrzędnych cylindrycznych: FRECYL oraz CYLIND.

3.1 Termiczne warunki brzegowe

Struktura przepływu wywołanego gradientami temperatury w istotny sposób zależy od Termicznych Warunków Brzegowych (TWB). W rozpatrywanym zagadnieniu temperatura górnej ścianki kanału jest stała i można tam założyć izotermiczny warunek brzegowy. Podobny warunek stałej temperatury obowiązuje na granicy faz. Dla pozostałych granic kanału strumień ciepła wpływającego z zewnątrz zależy od różnicy temperatur po obu stronach ścianki, przewodnictwa cieplnego ścianki, jej grubości oraz współczynnika przejmowania ciepła od zewnętrznej kąpieli. Z uwagi na duże zmiany temperatury wewnątrz kanału, często przyjmowane w takich przypadkach założenie stałości strumienia ciepła nie jest spełnione. Lepsze przybliżenie tych warunków można uzyskać przyjmując tzw. konwekcyjne termiczne warunki brzegowe, zapisane symbolicznie jako:

$$A \cdot \theta + B\frac{\partial \theta}{\partial n} = C$$

Zapisując równania przewodnictwa cieplnego dla układu ścianka - ciecz zewnętrzna o temperaturze T_h , ciecz wewnętrzna o nieznanej temperaturze T i przepływ ciepła przez ściankę, możemy jednoznacznie wyznaczyć stałe *A, B, C,* konieczne dla postawienie warunków brzegowych w obliczeniach. Model taki odpowiada założeniu jedno-wymiarowego (*1-D*) przewodnictwa cieplnego przez ściankę boczną, dopuszczając strumień ciepła jedynie w kierunku prostopadłym do ścianki.

Rezultaty badań eksperymentalnych wskazały, że założenie *1-D* TWB może prowadzić do poważnych rozbieżności między obserwowanymi a obliczonymi strukturami przepływu. Jest to spowodowane pominięciem przewodnictwa cieplnego wzdłuż ścianek kanału, tym istotniejszego im większe są gradienty temperatur i grubość ścianki. W związku z tym schemat obliczeniowy został dodatkowo rozbudowany przez rozszerzenie obszaru obliczeniowego na zewnętrzne ścianki. Wymaga to rozwiązania dodatkowego równania przewodnictwa cieplnego wewnątrz ścianek:

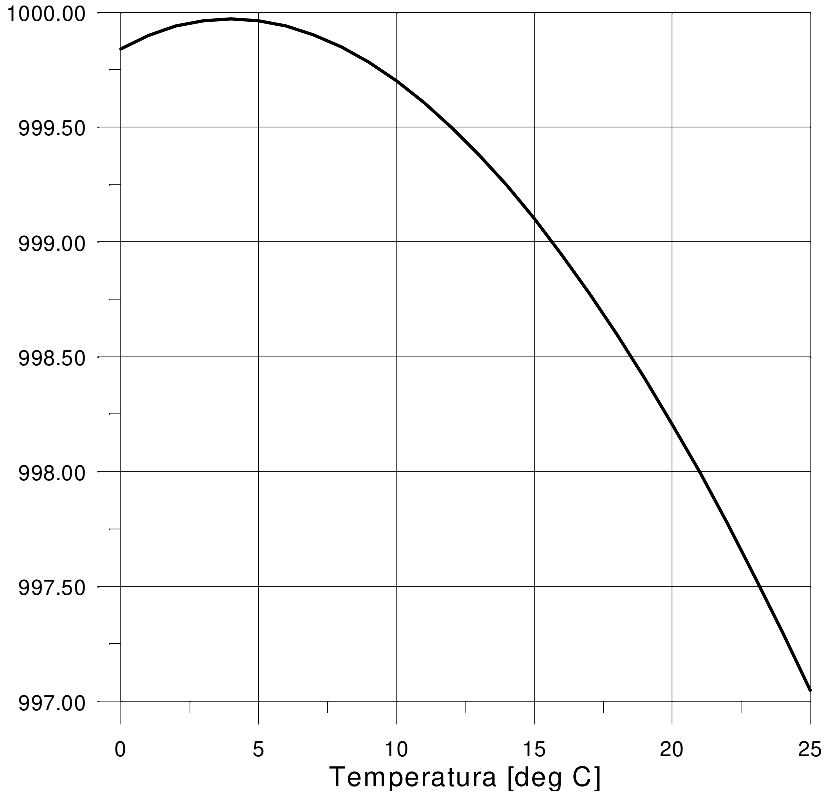
$$\frac{\partial (c_w \theta)}{\partial t} = \frac{\alpha_w}{\alpha_l} \nabla \cdot (k_w \nabla \theta) \tag{6}$$

gdzie indeks *w* oznacza odpowiednie własności fizyczne dla materiału ścianki.

Termiczne warunki brzegowe zostają faktycznie przeniesione na zewnętrzne powierzchnie ścianek. Tego typu model warunków brzegowych będziemy nazywali trójwymiarowym (*3-D TWB*).

W niniejszej pracy większość obliczeń dotyczących przepływu z przemianą fazową w naczyniach sześciennych została wykonana za pomocą powyższego programu, którego zmodyfikowane wersje zostały nazwane ICE3D - poprawiono zasadniczy algorytm oryginalnego FREEZE oraz ICE3D3W - zmieniona wersja ICE3D z dodatkową siatką obliczeniową i równaniem energii dla ścianek.

Rys. 17 ilustruje typowe rezultaty obliczeniowe dla kanału z pleksiglasu. Widoczna jest adaptacja siatki obliczeniowej w pobliżu granicy faz. Izotermy i pole prędkości wskazują na utworzenie się regularnej, symetrycznej cyrkulacji z centralnym strumieniem zimnej cieczy spływającej z wierzchołka powierzchni lodu i powracającej wzdłuż ścianek bocznych. W miarę tworzenia się lodu przepływ staje się coraz wolniejszy. Rozpatrując zagadnienie w kategoriach liczb bezwymiarowych, wskutek przyrostu lodu maleje efektywna wysokość kanału, powodując spadek z trzecią potęgą



Rys. 16. Funkcja gęstości wody stosowana w obliczeniach.

Niestacjonarny problem konwekcji swobodnej z przemianą fazową rozwiązywany jest metodą kroczącą w czasie (*marching in time*), polegającą na przyjęciu, że zmiany pól prędkości, temperatur i frontu fazowego są bardzo małe. Następującą procedura obliczeniowa została zastosowana dla rozwiązania układu równań (1-5):

1. Wygenerowanie siatki obliczeniowej fazy ciekłej i stałej. Dla chwili początkowej konieczne jest przyjęcie istnienia cienkiej warstwy lodu (typowa wartość 0.01). Obliczenie współczynników transformacji siatki do współrzędnych kartezjańskich. Inicjacja wartości początkowych dla pola temperatury i prędkości.
2. Obliczenie wartości funkcji własności termo-fizycznych cieczy i fazy stałej dla danego pola temperatury.
3. Rozwiązanie równań (3) i (4) celem wyznaczenia pola temperatury metodą ADI. Warunki brzegowe dla temperatury.
4. Rozwiązanie równania pędu (2) metodą ADI celem wyznaczenia pola wirowości.
5. Rozwiązanie równania (1) metodą SOR celem wyznaczenia pola potencjału wektorowego.
6. Obliczenie składowych pola prędkości z definicji potencjału prędkości. Obliczenie warunków brzegowych dla wektora wirowości i potencjału wektorowego.
7. Obliczenie nowego położenia granicy faz na podstawie równania (5).
8. Generacja nowej siatki obliczeniowej. Obliczenie współczynników transformacji do współrzędnych kartezjańskich.
9. Następny krok czasowy i powrót do punktu 2.

następujący warunek dla ruchu każdego punktu powierzchni (wektora normalnego do powierzchni $\vec{n}$):

$$\rho\frac{dn}{dt} = \mathrm{Ste}\frac{\rho_l}{\rho_s}\left(\frac{k_s}{k_l}(\nabla\theta_s\cdot\vec{n}) - (\nabla\theta_l\cdot\vec{n})\right) \tag{5}$$

Ze względu na założoną zmienność własności fizycznych z temperaturą matematyczny bezwymiarowy opis problemu ma jedynie charakter formalny. Powyższe wielkości bezwymiarowe zdefiniowane są dla wybranej temperatury odniesienia (na ogół temperatury przemiany fazowej). Własności fizyczne zdefiniowane są w jednostkach SI jako następujące funkcje wyrażonej w Kelvinach temperatury T [21]:

ciepło właściwe (przy stałym ciśnieniu) dla wody

$$c_l = 8.95866 - 0.040534\cdot T + 1.1234\cdot 10^{-4}\cdot T^2 - 1.01379\cdot 10^{-7}\cdot T^3,$$

przewodnictwo cieplne wody

$$k_l = 0.566\cdot(1 + 0.001\cdot T),$$

i lepkość wody

$$\mu = \mu_{ref}\exp\left[6.18\cdot 10^7\left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T^3_{ref}}\right)\right]$$

gdzie: $\mu_{ref} = 1.79\cdot 10^{-3}$ [N·s/m^2], $T_{ref} = 273.15$.

Konwekcja naturalna jest wywołana zmianą gęstości cieczy z temperaturą. Ten najistotniejszy parametr fizyczny w przypadku wody nabiera szczególnego znaczenia, ze względu na nieliniowy przebieg funkcji gęstości (anomalia wody), w pobliżu temperatury przemiany fazowej. Wybór funkcji gęstości ma więc istotne znaczenie. W niniejszych obliczeniach gęstość wody opisano wielomianem czwartego rzędu uzyskanym z dopasowania tej funkcji metodą najmniejszych kwadratów do danych literaturowych zebranych tabelarycznie przez Kohlraush'a [13]:

$$\rho_l = 999.840281167108 + 0.0673268037314653\cdot t - 0.00894484552601798\cdot t^2 + \\ + 8.78462866500416\cdot 10^{-5}\cdot t^3 - 6.62139792627547\cdot 10^{-7}\cdot t^4$$

gdzie t jest temperaturą wyrażoną w stopniach Celsiusa.

Średni błąd kwadratowy dopasowania nie przekracza 0.02%. Przebieg funkcji gęstości w interesującym nas zakresie pokazuje poniższy wykres:

$$\frac{\partial\vec{\omega}}{\partial t}+\nabla\times(\vec{\omega}\times\vec{u})=\Pr\left[\nabla^{2}(\mu\vec{\omega})-\nabla(\vec{\omega}\nabla\mu)+2\nabla\times(\nabla\vec{u}\cdot\nabla\mu)\right]+\left[\frac{\mathrm{Ra}\Pr}{\varphi\vartheta}\right]\nabla\times\rho\vec{g} \qquad (2)$$

równanie energii dla fazy ciekłej

$$\frac{\partial(c_{l}\theta)}{\partial t}+\vec{u}\cdot\nabla(c_{l}\theta)=\nabla\cdot(k_{l}\nabla\theta) \qquad (3)$$

i dla fazy stałej

$$\frac{\partial(c_{s}\theta)}{\partial t}=\frac{\alpha_{s}}{\alpha_{l}}\nabla\cdot(k_{s}\nabla\theta) \qquad (4)$$

gdzie g, c, k, α, ρ, μ oznaczają odpowiednio stałą grawitacji, ciepło właściwe, współczynnik przewodnictwa cieplnego, dyfuzyjność cieplną, gęstość i lepkość dynamiczną. Indeksy l i s oznaczają odpowiednio fazę ciekłą i stałą. Przepływ charakteryzują trzy podstawowe wielkości bezwymiarowe, liczba Rayleigha (Ra), liczba Prandtla (Pr) oraz liczba Stefana (Ste):

$$\mathrm{Ra}=\frac{g\beta\rho_{l}\,\Delta TH^{3}}{\mu\alpha_{l}}$$

$$\Pr=\frac{\mu}{\rho_{l}\alpha_{l}}$$

$$\mathrm{Ste}=\frac{c_{l}\Delta T}{L_{f}}.$$

L_f - jest ciepłem przemiany fazowej, β - współczynnikiem rozszerzalności cieplnej cieczy, H - długością charakterystyczną (wysokość kanału).

Temperatura bezwymiarowa θ zdefiniowana jest jako funkcja względnej różnicy temperatur cieczy T i temperatury odniesienia T_{ref}(przemiany fazowej) w stosunku do różnicy temperatury zewnętrznej i temperatury odniesienia ($\Delta T = T_h - T_{ref}$):

$\theta = (T - T_{ref})/\Delta\mathrm{T}$

Pomocnicze funkcje φ, ϑ zdefiniowane są jako:

$\varphi=\Delta T/T_{ref}$ oraz $\vartheta = \beta T_{ref}$.

Obok termicznych i kinematycznych warunków brzegowych rozwiązywany układ równań *(1-4)* sprzęga równanie ruchu granicy faz. Warunek zachowania masy i bilans energii wyznacza

3. Numeryczne modelowanie konwekcji naturalnej z przemianą fazową

Procesy przemiany faz, do których należy solidifikacja, zawierają w sobie złożone zjawiska transportu masy i ciepła, których rozwiązanie nie jest trywialnym problemem. Jest to związane z nieliniowością i niejawnością sprzężeń pól prędkości i temperatury w opisie płynu z ruchomą granicą. Dowolność kształtu ograniczającej przepływ granicy faz stanowi dodatkową trudność, wymagającą rozwiązywania problemu w zmieniającym się w czasie krzywoliniowym układzie współrzędnych. Wprawdzie istniejące tzw. *metody entalpowe,* umożliwiają realizację obliczeń na siatce stałej, traktując obie fazy jako jeden ośrodek o zmieniających się własnościach kinematycznych, ale ich zastosowanie wymaga jednak przyjęcia niefizycznych założeń stawiając tym samym rezultat obliczeń pod znakiem zapytania.

W niniejszej pracy modelowanie procesów konwekcji z przemianą fazową wykonywano wykorzystując zmodyfikowaną wersję kodu FREEZE, stworzonego przez grupę CFD z Uniwersytetu New-South-Wales (Sydney) [26,27]. Jest to niestacjonarny, trójwymiarowy kod oparty o metodę różnic skończonych, w którym obszar rozwiązania podzielony został na część ciekłą i stałą. Dla fazy ciekłej rozwiązywane są podstawowe równania ciągłości, transportu pędu i energii. Dla fazy stałej rozwiązywane jest równanie energii (przewodnictwa cieplnego). Sprzężenie obu obszarów odbywa się poprzez warunki brzegowe na granicy faz, gdzie bilans energii wyznacza warunek na zmianę położenia frontu faz. Ze względu na deformację tego frontu konieczne jest dostosowanie kształtu siatki obliczeniowej. Dla uniknięcia komplikacji numerycznych związanych z przyjęciem zmiennego w czasie krzywoliniowego układu współrzędnych, przyjęto metodę transformacji krzywoliniowych współrzędnych fizycznych do kartezjańskiego układu współrzędnych obliczeniowych. W związku z tym dla każdego kroku czasowego związanego z przemieszczeniem się frontu fazowego obliczana jest nowa, krzywoliniowa, fizyczna siatka obliczeniowa a następnie jej transformata do układu kartezjańskiego.

Dla fazy ciekłej przepływ płynu z uwzględnieniem wymiany ciepła opisany jest układem równań różniczkowych bilansu masy, pędu i energii - dla płynu nieściśliwego o zmiennych własnościach termo-fizycznych oraz odpowiednimi warunkami początkowo-brzegowymi. W przyjętej reprezentacji pole przepływu opisywane jest *potencjałem-wektorowym* ($\vec{\psi}$) i *wirowością* ($\vec{\omega}$). Pozwala to na automatyczne spełnienie równania ciągłości i wykluczenie z równania pędu ciśnienia. Potencjał wektorowy prędkości $\vec{u}$ zdefiniowany jest równaniem:

$$\vec{u} = \nabla \times \vec{\psi}$$

a wirowość przez równanie

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$$

Prowadzi to do następującego związku między wirowością a potencjałem wektorowym:

$$\vec{\omega} = -\nabla^2 \vec{\psi} \tag{1}$$

Podstawowe równia, to równanie transportu wirowości:

Tabela 1. Tabela zbiorcza pokazująca zakres wykonanych badań doświadczalnych.

Temp. T_h [°C]	Rodzaj startu	Rodzaj badania							
		kształt lodu		PIV		PIT		tory cząstek	
		geometria + TWB	przekrój	geometria +TWB	przekrój	geometria +TWB	przekrój	geometria +TWB	przekrój
5	$T_c = T_h$	S	V1	S	V2,H1			S	V1
	T_c= 0°C					W2	V3	S	V1,H2
10	$T_c = T_h$			W2,F S	V1 V2,H1			W2,F W2,G S	V1 V1 V1,H3
	T_c= 0°C	W1 P	V V1	W2 S P	V1,H3 V2,H1 V2,H1	W2 S	V1 V2,H1	W2 S S P.	H3,V1 V1 V8 V1
15	$T_c = T_h$			W2,F W2,G	V1 V1			W2,F W2,G	V1 V1
	T_c= 0°C			W2	V4,H3	W2	V4,H7	W2	V1,H3
20	$T_c = T_h$	W1,F W1,R	V1 V1	W2,F W2,G S	V1 V1 V2,H1			W2,G W1,R W2,F S	V1 V2 V1 V1,H1
	T_c= 0°C	P	V1	W2 S P	V1,H3 V2,H1 V2,H1	S P	V2,H1 V2,H1	W2 S S P	V1,H3 V1 V8 V2,H1
25	$T_c = T_h$	W2	V1	W2,F	V2	W2	V1	W2 W1,R	V1 V1
	T_c= 0°C	W1	V1	P	V2,H1	P	V2,H1		

Oznaczenia w tabeli:
W1 - walec, ścianka szkło grubość 2,4 mm
W2 - walec, ścianka szkło grubość 1,3 mm
P - sześcian, ścianka pleksi grubość 8 mm
S - sześcian, ścianka szkło grubość 2 mm
G - podgrzewanie grzałką górnej części kuwety
R - podgrzewanie grzałką rurkową średnicy ok. 1 mm w osi przepływu
F - dodatkowa folia izolacyjna w górnej części kuwety
V# - przekrój pionowy, # oznacza liczbę rejestrowanych przekrojów
H# - przekrój poziomy, # oznacza liczbę rejestrowanych przekrojów
PIV - pomiar pól prędkości metodą korelacji obrazów
PIT - pomiar pól temperatur metodą ciekłokrystaliczną